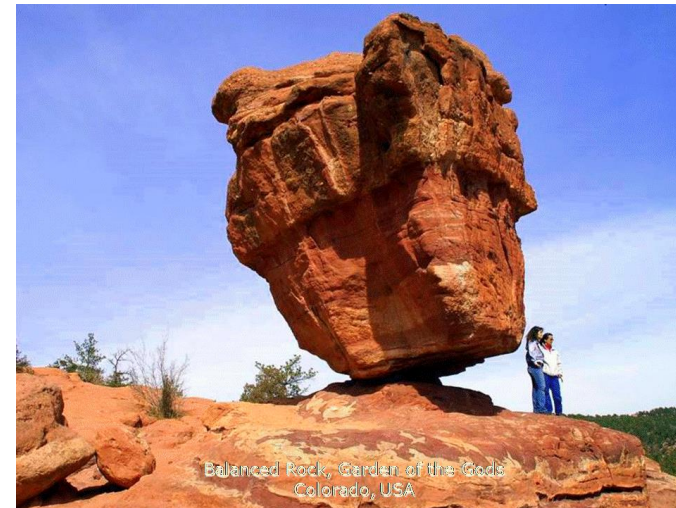
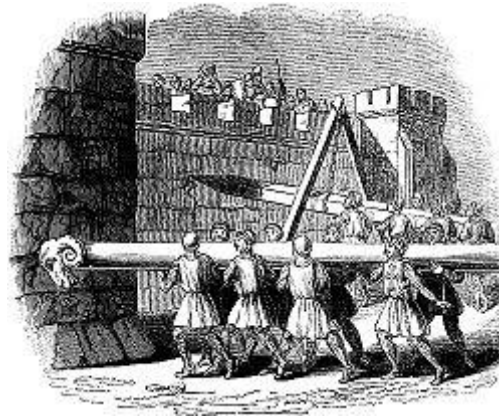


Statique du Solide



Principe Fondamental de la Statique

Compétences attendues :

- ✓ Isoler un système et justifier l'isolement.
- ✓ Définir les éléments influents du milieu extérieur.
- ✓ Simplifier un modèle de mécanisme.
- ✓ Déterminer les actions mécaniques en statique.

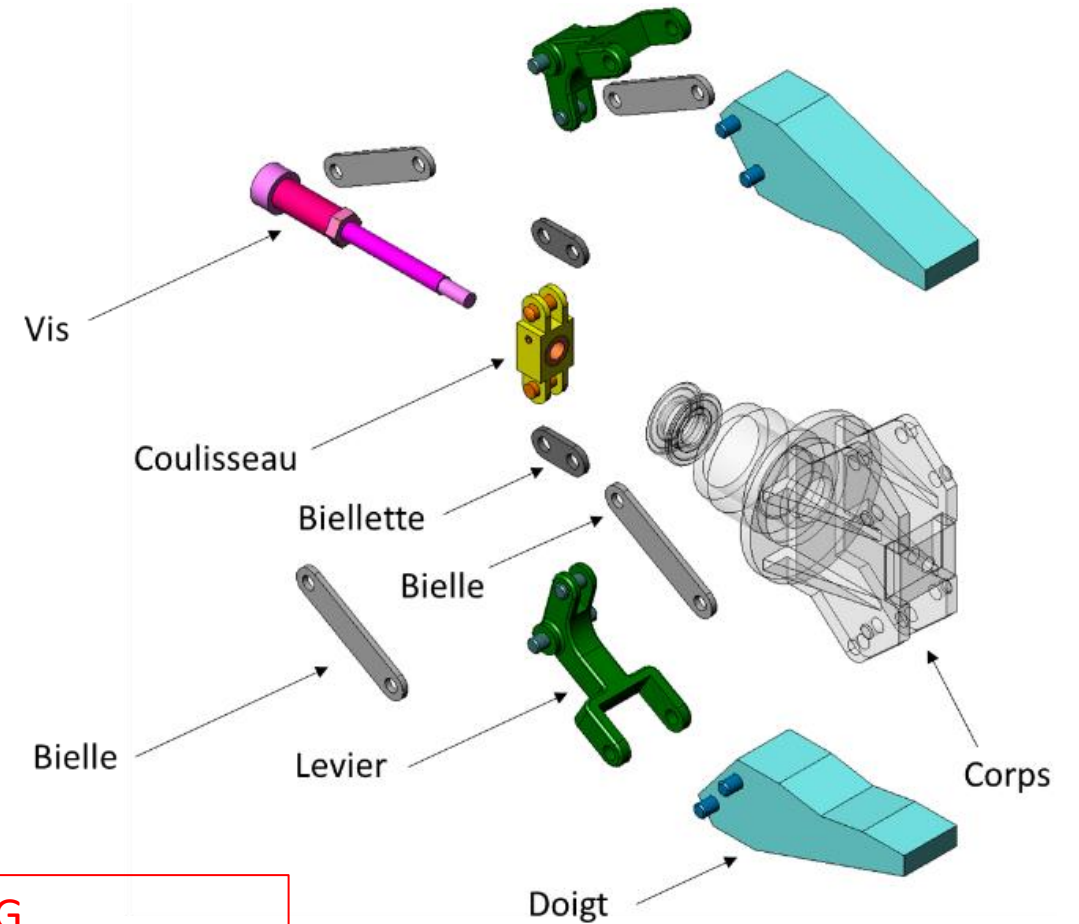
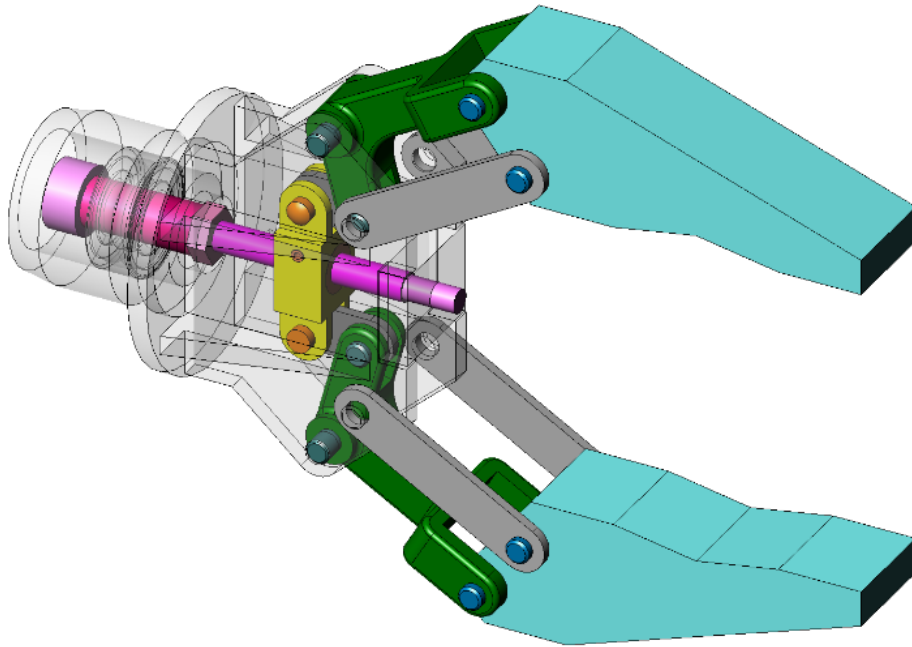
Introduction

Conception d'un système mécanique → Dimensionner ses pièces et ses liaisons.

Objectif : Déterminer les efforts → Dimensionner les pièces d'un mécanisme

Introduction

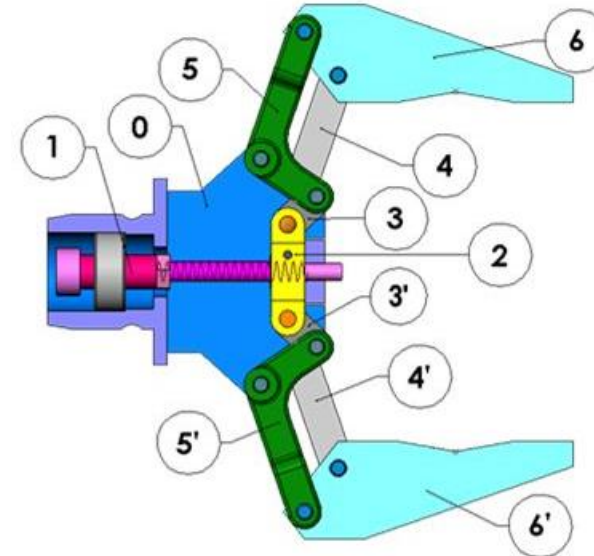
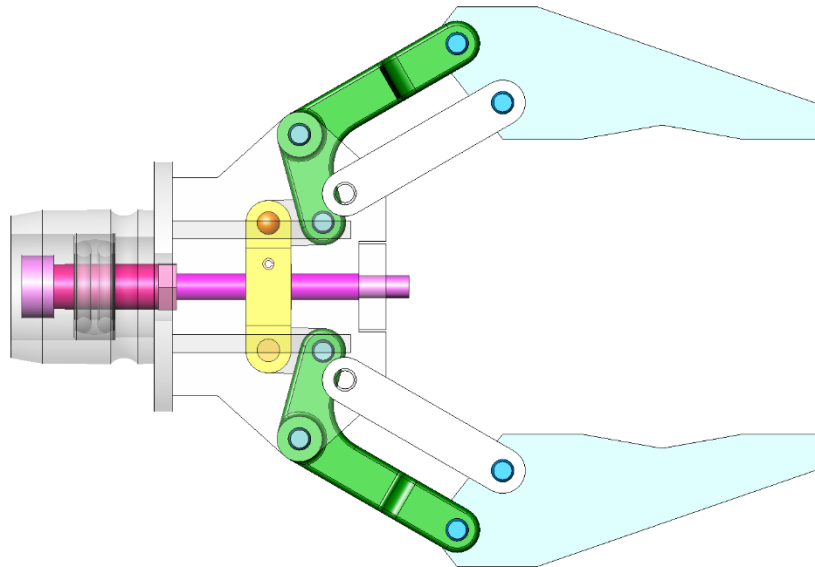
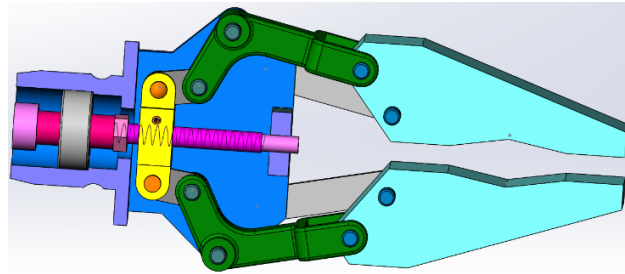
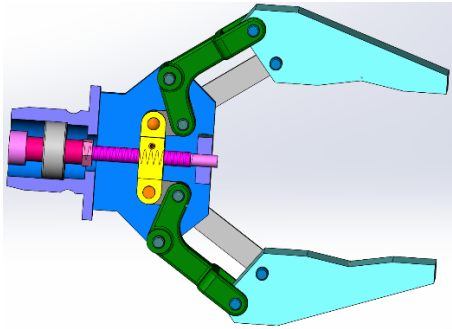
Pince du robot ERICC3



ANIMATION E-DRAWING

Introduction

Pince du robot ERICC3



NOMENCLATURE	
0	Corps
1	Vis
2	Coulisseau
3	Biellette
3'	Biellette
4	Bielle
4'	Bielle
5	Levier
5'	Levier
6	Doigt
6'	Doigt

Introduction

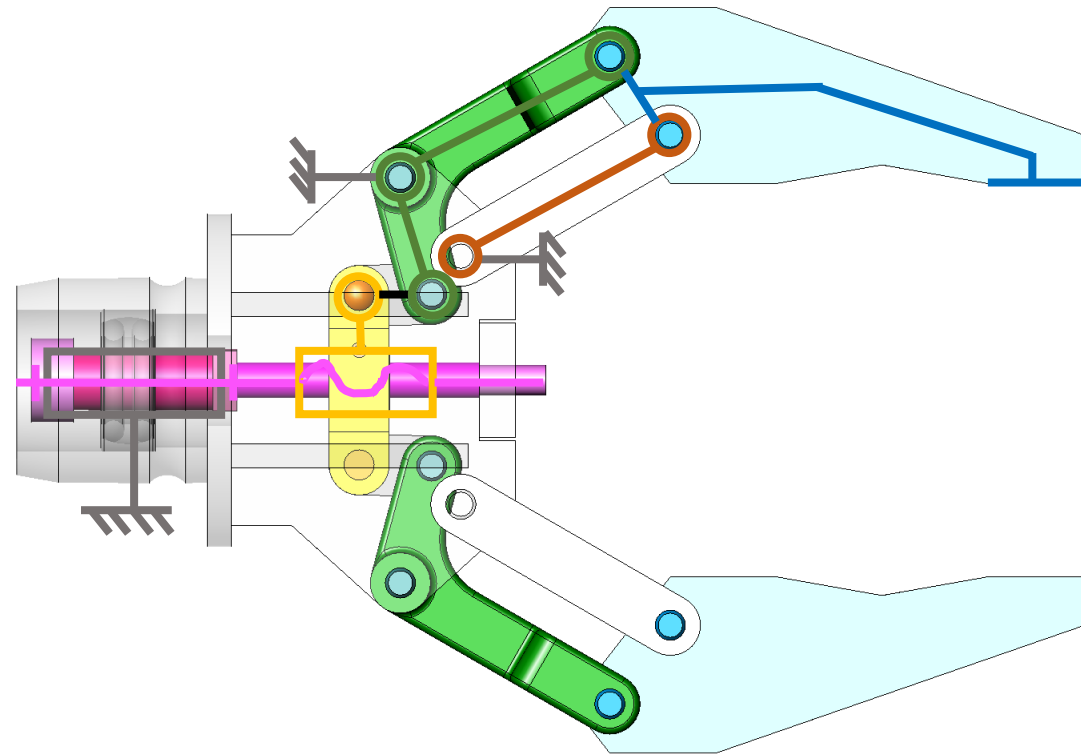


Schéma cinématique de la pince de robot

Introduction

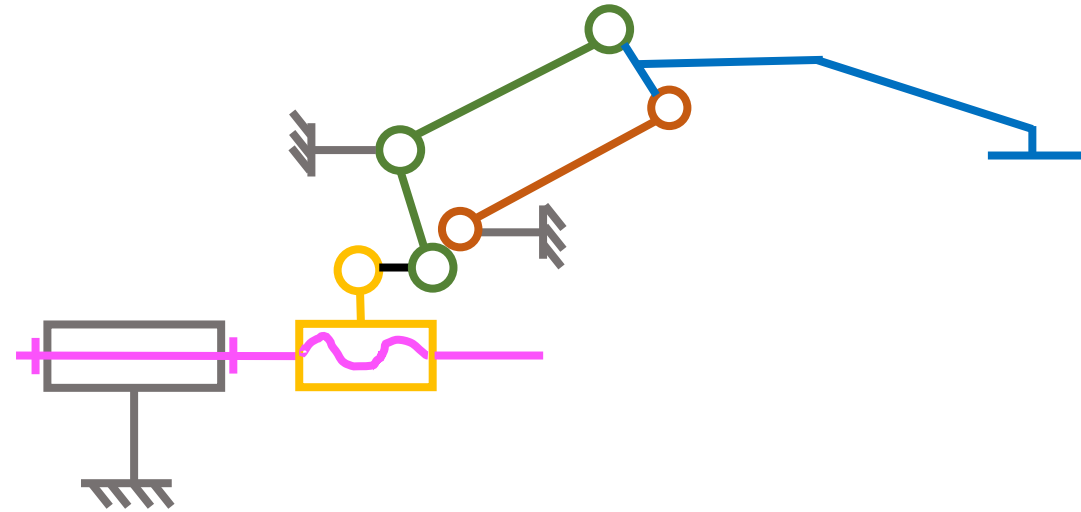


Schéma cinématique de la pince de robot

Notions préliminaires

Notion d'équilibre

Définition : Un ensemble (E) est en équilibre par rapport à un référentiel R supposé galiléen si, au cours du temps, chaque point de (E) conserve une position fixe par rapport à R.

Notions préliminaires

Notion d'équilibre

Remarques :

- Système en équilibre → Immobile OU mouvement de translation rectiligne uniforme
- Terre \approx Référentiel galiléen

Notions préliminaires

Equilibre d'un système matériel E par rapport à un repère R

$$E \text{ est en équilibre} \iff \forall M \in E, \overrightarrow{V_{M \in E/R}} = \vec{0}$$

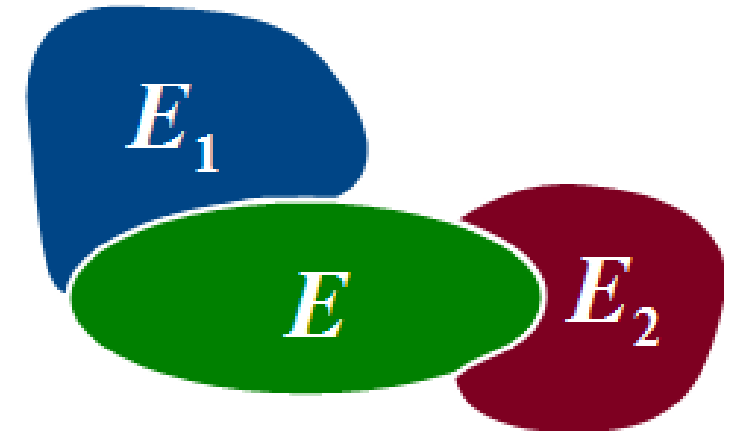
Notions préliminaires

Actions mécaniques extérieures à un système matériel E

Frontière d'isolement \rightarrow Séparer l'ensemble E du milieu extérieur \bar{E} .

Milieu extérieur \bar{E} agit sur l'ensemble E .

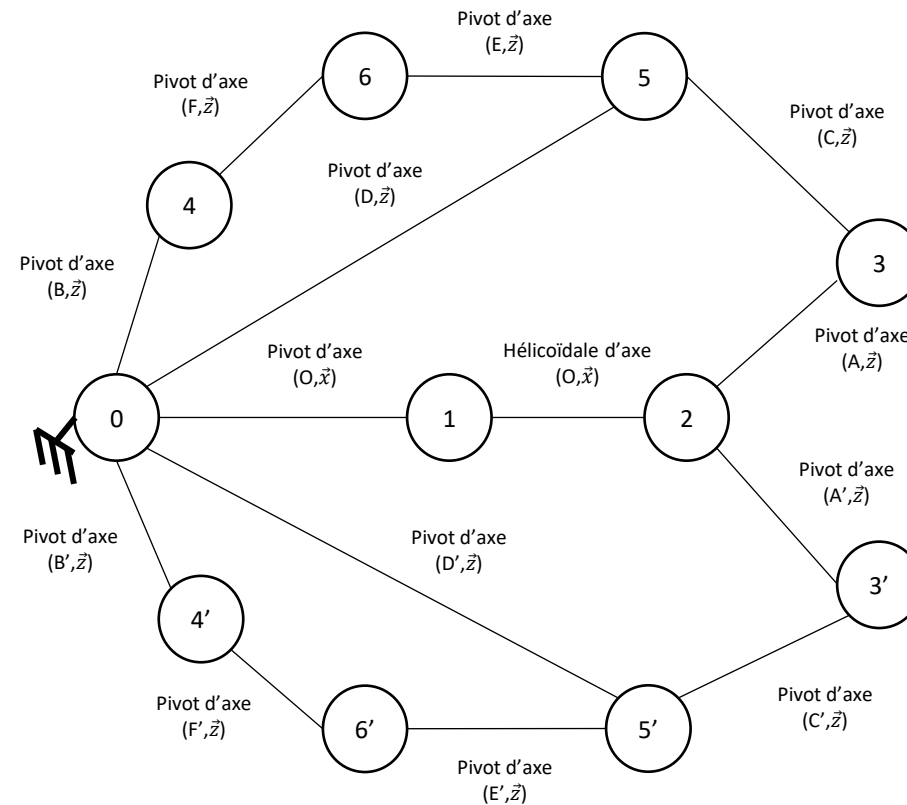
$\{T_{\bar{E} \rightarrow E}\}$ = Ensemble des actions mécaniques extérieures agissant sur E .



\rightarrow Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME).

Notions préliminaires

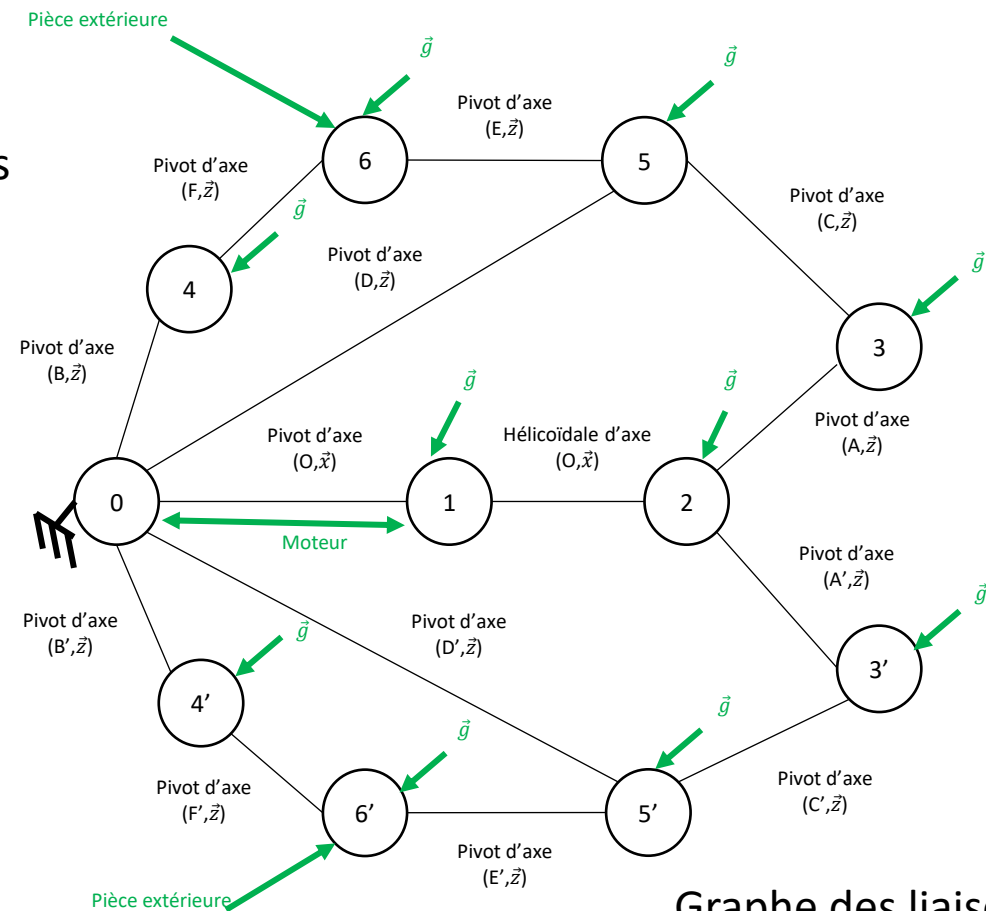
Graphe des liaisons ou graphe de structure



Notions préliminaires

Graphe des liaisons ou graphe de structure

Ajoute → Actions mécaniques

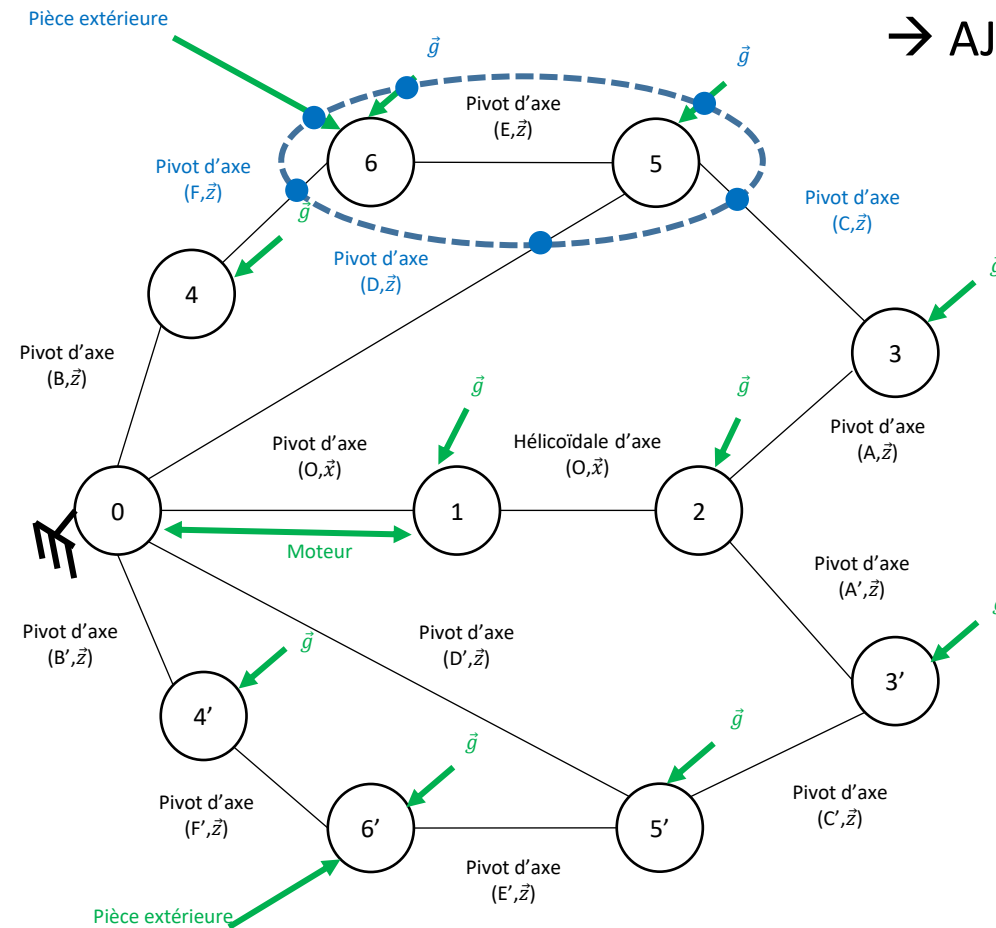


Graphe des liaisons → Graphe de structure (plus complet)

Notions préliminaires

Choix de la frontière d'isolement

Action mécanique \rightarrow Coupe la frontière
 \rightarrow AJOUTER au BAME



Notions préliminaires

Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)

BAME → Inventaire des actions mécaniques extérieures à l'ensemble (E) isolée (graphe de structure)

BAME :

$$\{T_{4 \rightarrow 6}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

$$\{T_{\text{Piece ext} \rightarrow 6}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

$$\{T_{3 \rightarrow 5}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

$$\{T_{0 \rightarrow 5}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

$$\{T_{\text{pes} \rightarrow 6}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

$$\{T_{\text{pes} \rightarrow 5}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \end{array} \right\}$$

Enoncé du Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Si un système matériel E est en équilibre par rapport à un repère galiléen, le torseur résultant des actions mécaniques extérieures qui lui sont appliquées est égal au torseur nul.

$$\{T_{\bar{E} \rightarrow E}\} = \{0\}$$

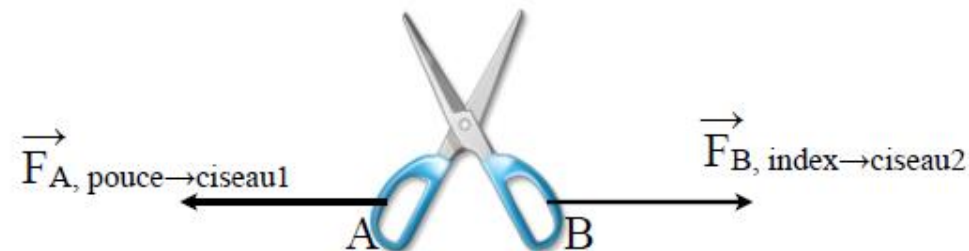
Remarque : PFS = Cas particulier du PFD

Enoncé du Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Remarques :

- $\{T_{\bar{E} \rightarrow E}\}$ = somme de tous les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées
- Réduire tous les torseurs au **même point** avant de faire la somme
- Choix du point de réduction \rightarrow Minimiser les calculs
- **Equilibre d'un système = Etat que l'on constate avant d'appliquer le PFS**
- Nullité du torseur des actions mécaniques extérieures \rightarrow PAS FORCEMENT équilibre

Exemple : $\{T_{\bar{E} \rightarrow E}\} = \{0\}$ mais les ciseaux ne sont pas en équilibre !



Enoncé du Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Théorèmes généraux de la statique

$$\{T_{\bar{E} \rightarrow E}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{\bar{E} \rightarrow E}} \\ \overrightarrow{M_{A, \bar{E} \rightarrow E}} \end{array} \right\}_A$$

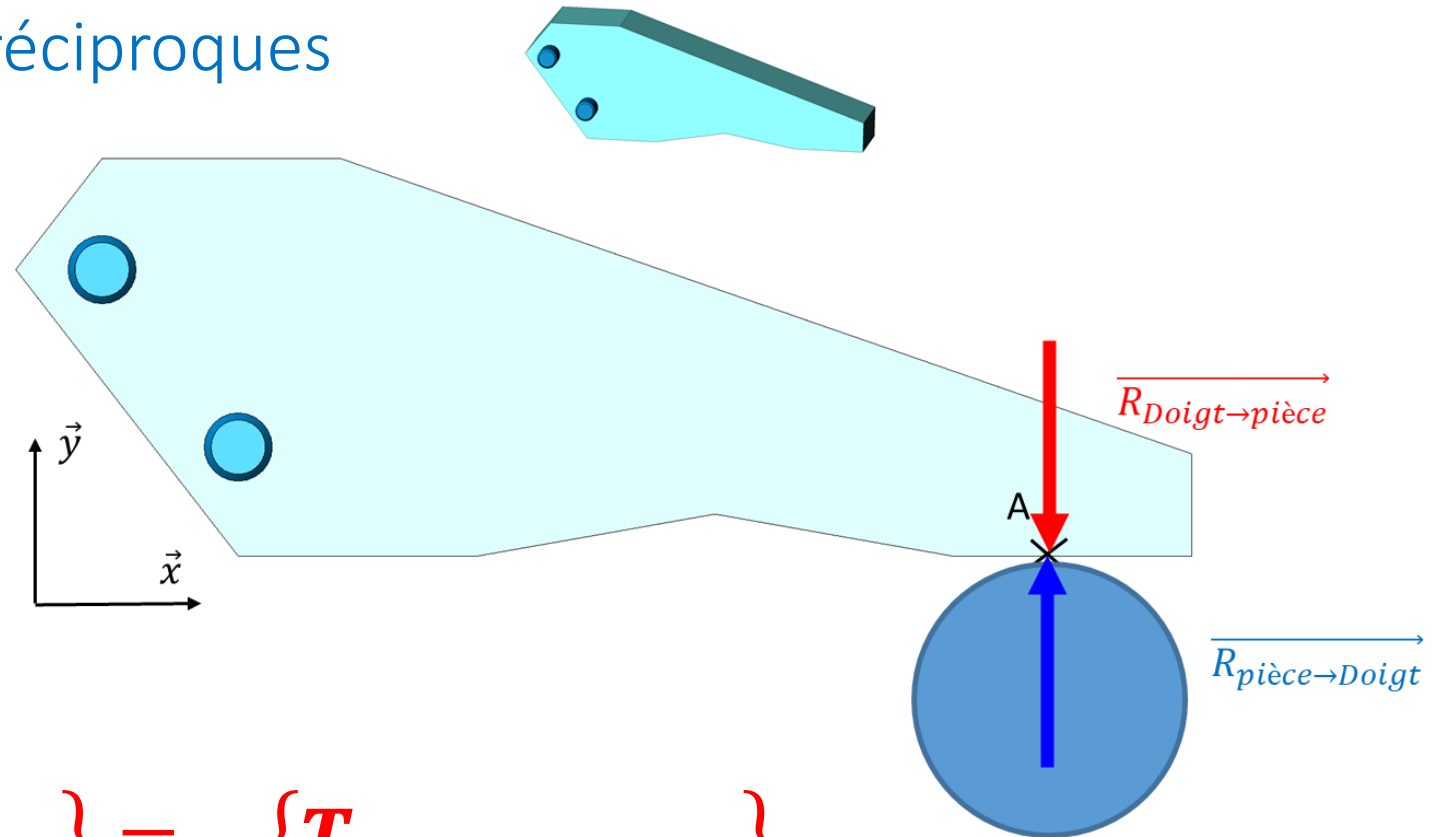
Théorème de la résultante statique : $\overrightarrow{R_{\bar{E} \rightarrow E}} = \vec{0}$

Théorème du moment statique : $\overrightarrow{M_{A, \bar{E} \rightarrow E}} = \vec{0}$

Conséquence : PFS \rightarrow 6 équations scalaires

Enoncé du Principe Fondamental de la Statique (PFS)

Principe des actions réciproques



$$\{T_{pièce \rightarrow Doigt}\} = -\{T_{Doigt \rightarrow pièce}\}$$

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Ordonnancement des isolements

Choix des isolements → Important (éviter les calculs inutiles)

→ Repérer la grandeur cherchée (inconnue)

→ Repérer la (ou les) grandeur(s) connue(s) (donnée(s))

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Hypothèses d'étude

Hypothèses :

- Référentiel d'étude = galiléen
- Solides = indéformables
- Liaisons = géométriquement parfaites

Autres hypothèses :

- *Frottement*
- *Action de la pesanteur négligée*
- *Problème plan*
- ...

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Isostatisme et hyperstatisme

$$\text{PFS} \rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{R_{\bar{E} \rightarrow E}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_{A, \bar{E} \rightarrow E}} = \vec{0} \end{cases} \rightarrow 6 \text{ équations scalaires}$$

$r_G = \text{rang de ce système d'équations}$
 $I_S = \text{nombre d'inconnues du problème}$

- si $r_G \leq I_S \rightarrow$ problème ~~résolvable~~ **→ HYPERSTATIQUE** **→** Introduire des éq. supp. pour résoudre
→ Contraintes géométriques très fortes (mise en position des pièces très précise)
→ Rigidifie le mécanisme (+ résistant)
- si $r_G = I_S \rightarrow$ problème résolvable **→ ISOSTATIQUE**

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Isostatisme et hyperstatisme

Remarque : Pour un mécanisme constitué de n solides, il sera possible de réaliser $(n-1)$ isolements indépendants.

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Isostatisme et hyperstatisme



Système isostatique :
le tabouret n'est jamais bancal



Système hyperstatique :
le tabouret n'est stable
que si tout est parfait
(sol plan, 4 pieds de même
longueur et disposé exactement
de la même façon sur l'assise)



Système hypostatique :
le tabouret ne peut être
stable. Il possède une mobilité
supplémentaire, et ne satisfait
donc pas le besoin
de l'utilisateur

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Méthode de résolution

1 - Graphe de structure

2 - Identifier la (les) grandeur(s) cherchée(s) et la (les) grandeur(s) connue(s)

3 - Isoler un ensemble de solides (~~bâti~~) → Frontière → Coupe :

→ Connexion liée à la grandeur cherchée (inconnue)

→ Connexion(s) liée(s) à la (aux) grandeur(s) connue(s)

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Méthode de résolution

4 – BAME (Torseurs relatifs aux actions mécaniques extérieures)

5 – PFS (choix du point : important)

6 - Déterminer quelle(s) équation(s) (moment et/ou résultante)

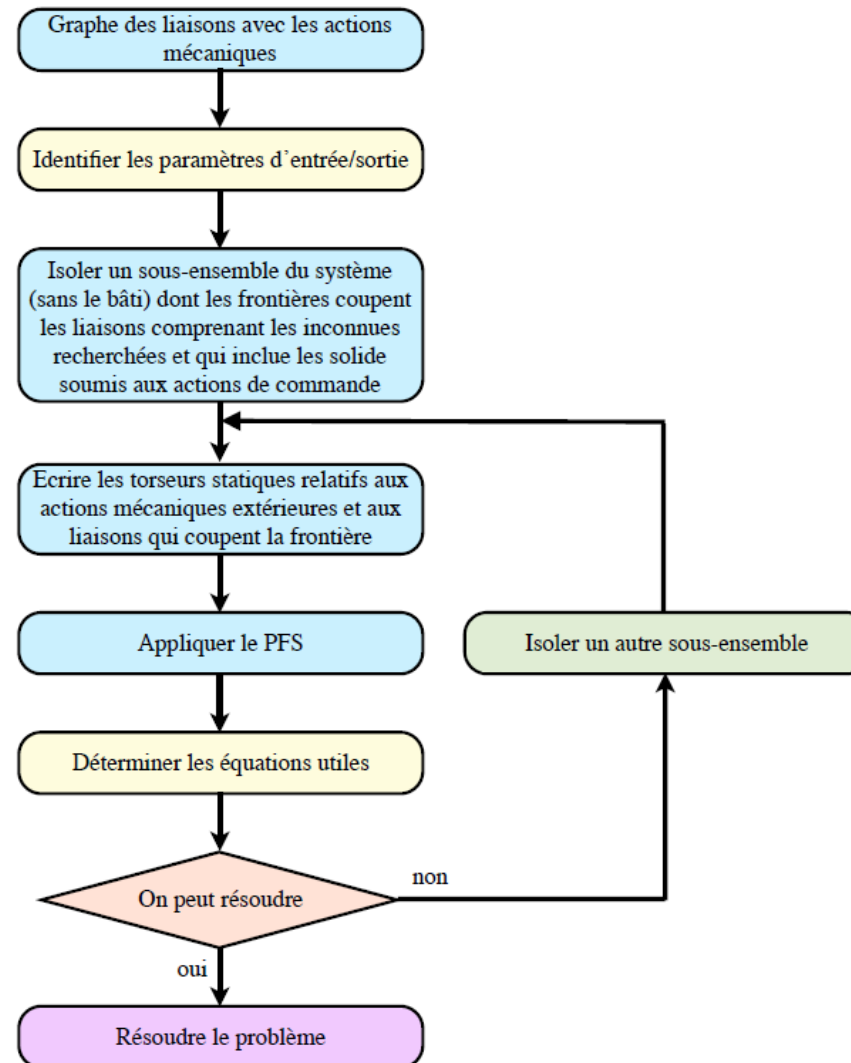
→ Relier grandeur cherchée (inconnue) à (aux) grandeur(s) connue(s)

2 cas possibles :

- Possible de déterminer la grandeur cherchée → Résoudre le problème
- Impossible de déterminer la grandeur cherchée → Isoler un autre ensemble + PFS (+ Principe des actions mutuelles)

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Méthode de résolution



Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Hypothèse de problème plan

Exemple : Plan (\vec{x}, \vec{y}) (de normale \vec{z}) :

$$\{T_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} X \\ Y \\ - \\ N \end{array} \right\}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

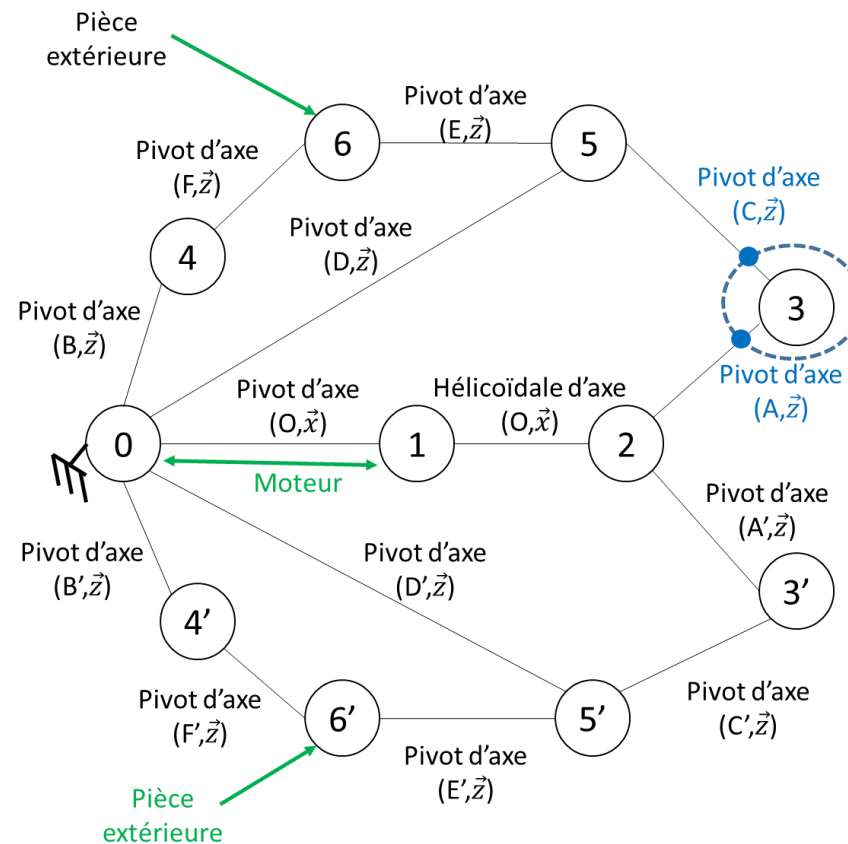
PFS \rightarrow 3 équations scalaires :

- 2 équations scalaires \rightarrow Théorème de la résultante (suivant \vec{x} et \vec{y})
- 1 équation scalaire \rightarrow Théorème du moment (suivant \vec{z}).

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 2 actions modélisables par des glisseurs

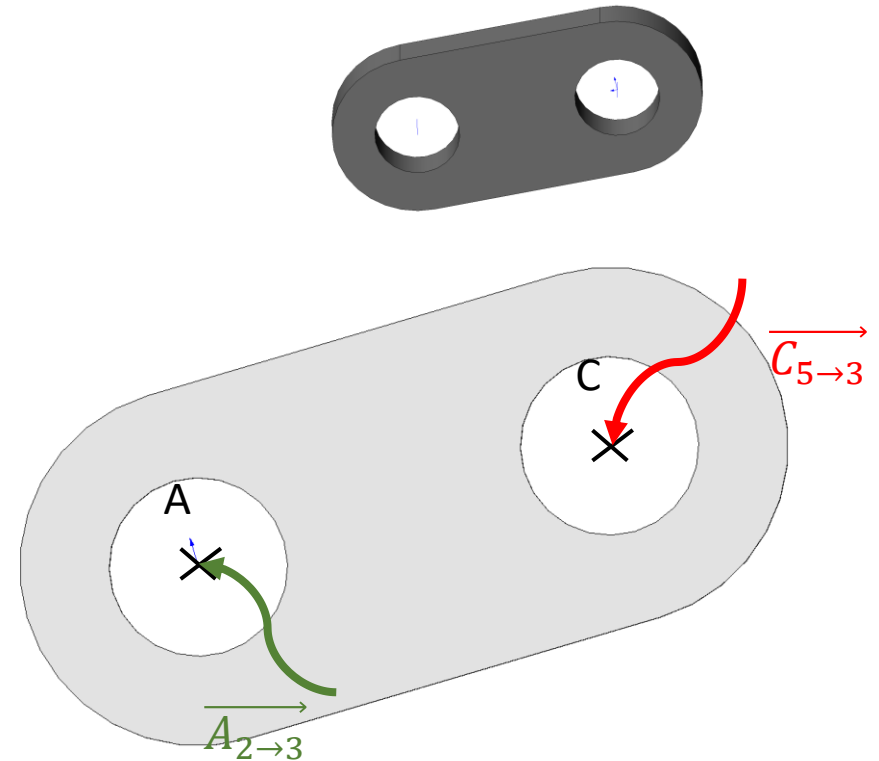


Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 2 actions modélisables par des glisseurs

Les directions de $\vec{A}_{2 \rightarrow 3}$ et de $\vec{C}_{5 \rightarrow 3}$ sont à priori inconnues.



Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 2 actions modélisables par des glisseurs

$$\{T_{A_{2 \rightarrow 3}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A \quad \text{et} \quad \{T_{C_{5 \rightarrow 3}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{C_{5 \rightarrow 3}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

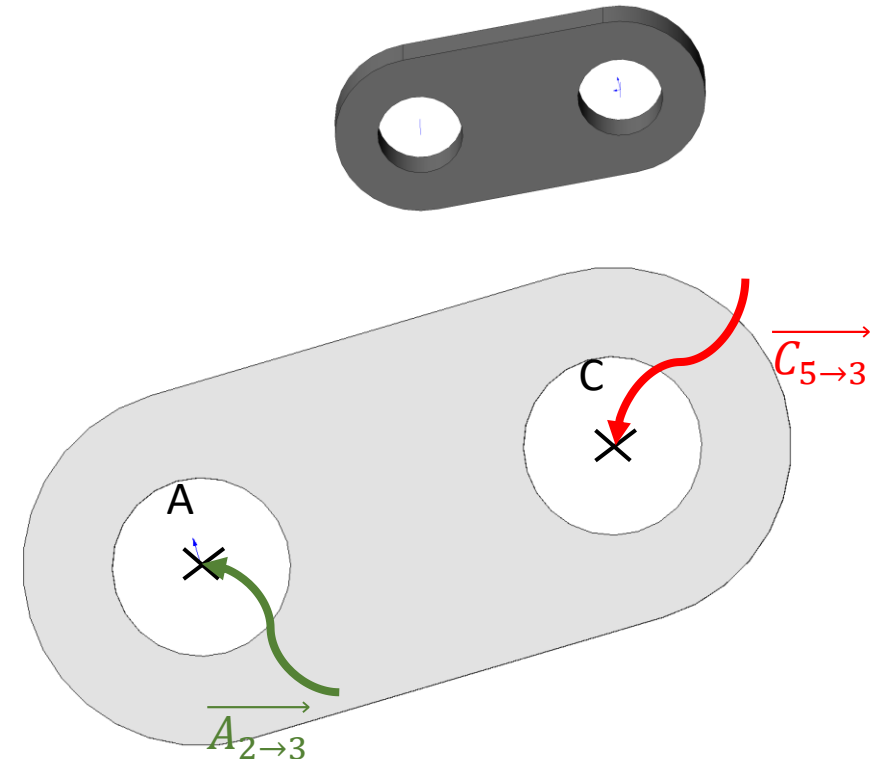
Solide (3) en équilibre

Théorème de la résultante statique :

$$\overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} + \overrightarrow{C_{5 \rightarrow 3}} = \vec{0} \quad \overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{C_{5 \rightarrow 3}} \quad \text{sont opposés}$$

Théorème du moment statique au point A :

$$\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{C_{5 \rightarrow 3}} = \vec{0} \quad \overrightarrow{C_{5 \rightarrow 3}} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AC} \quad \text{sont colinéaires}$$



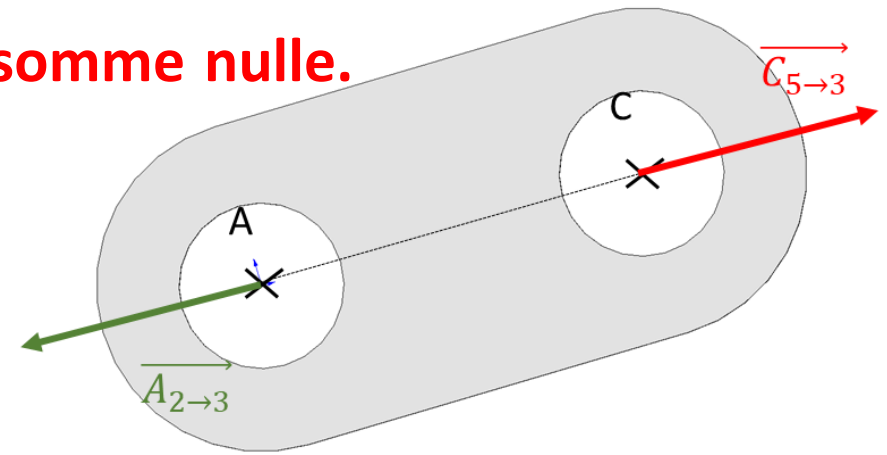
Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 2 actions modélisables par des glisseurs

Théorème : Si un solide (ou un ensemble de solides) est en équilibre sous l'action de 2 efforts modélisables par des glisseurs, ceux-ci sont colinéaires et de somme nulle.

Les résultantes ont comme support (AC).

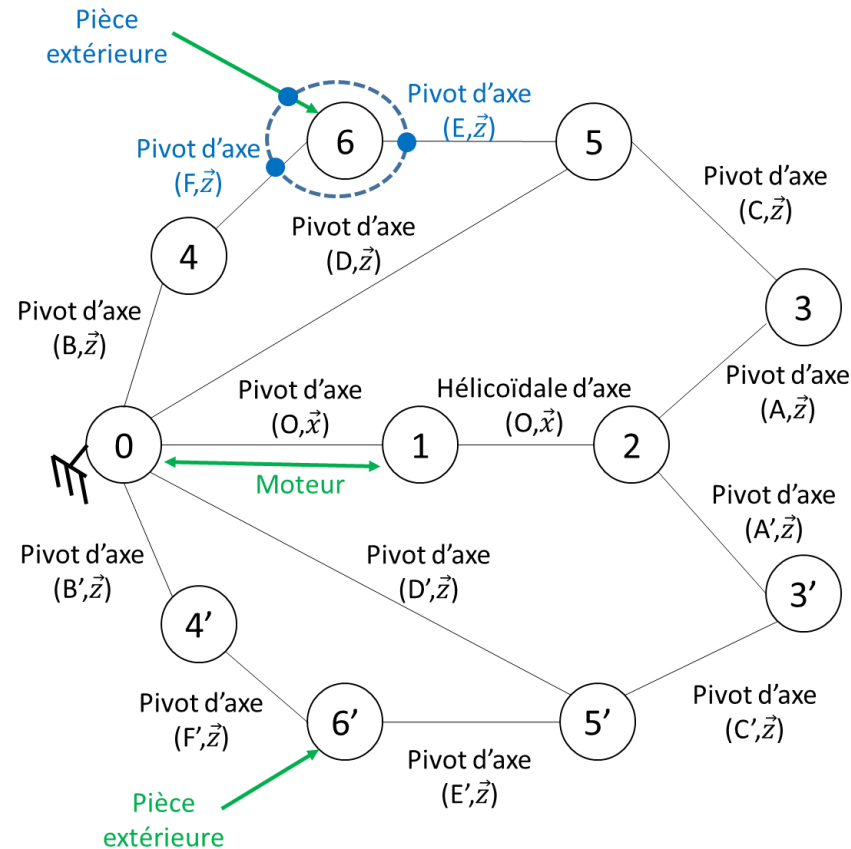


Ce résultat fondamental pourra être utilisé directement dans les applications.

Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

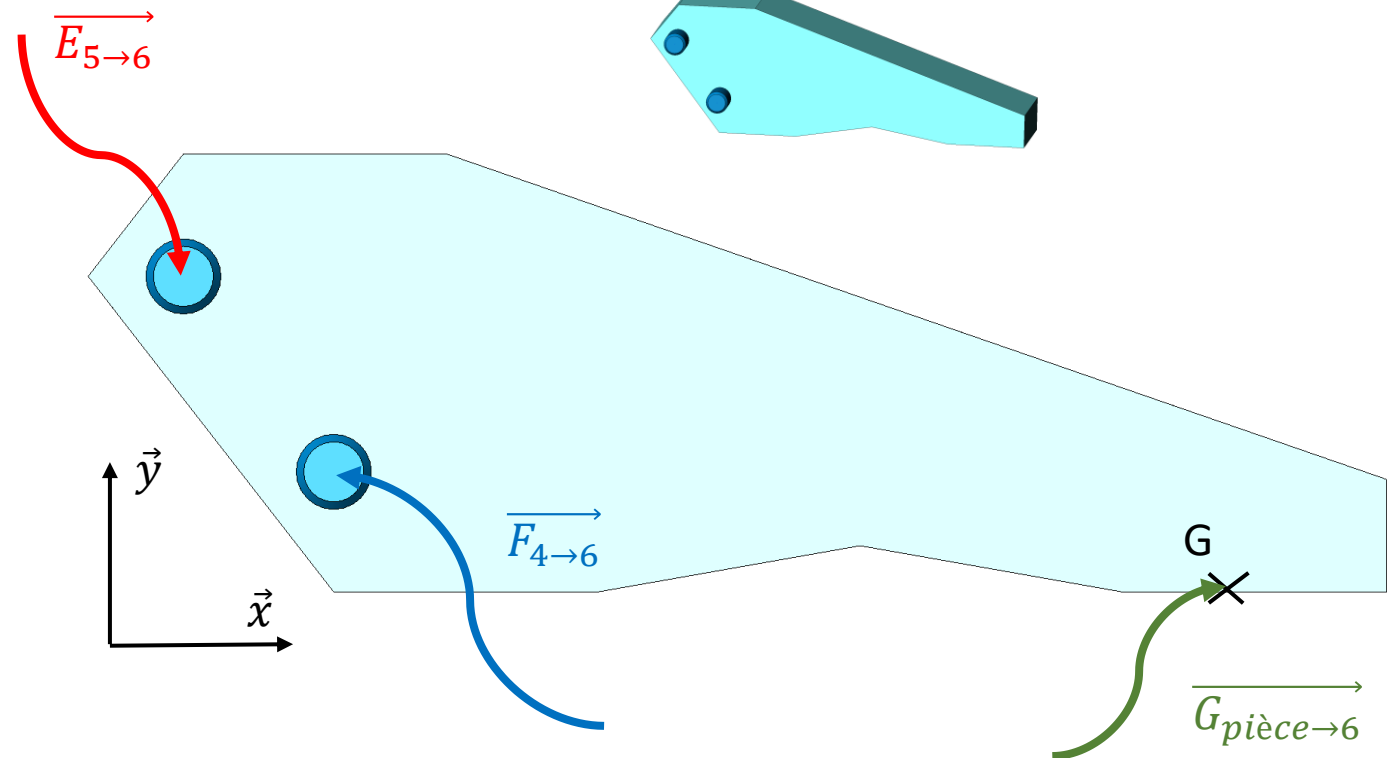


Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

Les directions de $\vec{G}_{pièce \rightarrow 6}$, $\vec{E}_{5 \rightarrow 6}$ et $\vec{F}_{4 \rightarrow 6}$ sont à priori inconnues



Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

$$\{T_{G_{pièce \rightarrow 6}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{G_{pièce \rightarrow 6}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G, \quad \{T_{F_{4 \rightarrow 6}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F \quad \text{et} \quad \{T_{E_{5 \rightarrow 6}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$$

Solide (6) en équilibre

Théorème de la résultante statique :

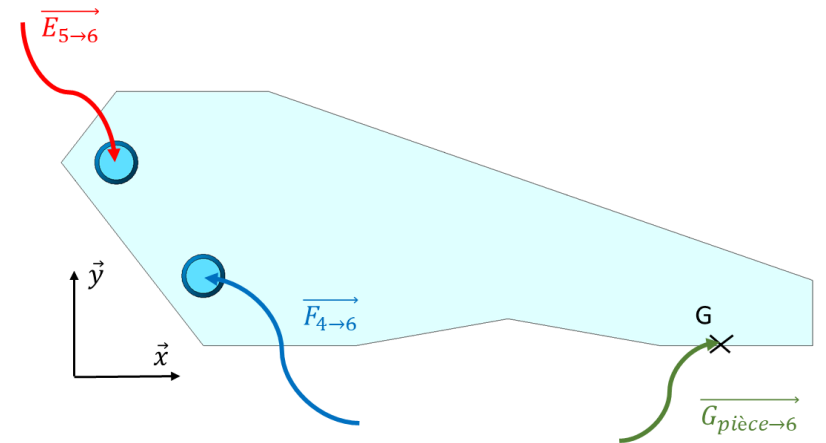
$$\overrightarrow{G_{pièce \rightarrow 6}} + \overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}} + \overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}} = \vec{0} \quad (1)$$

Théorème du moment statique au point G :

$$\overrightarrow{GF} \wedge \overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}} + \overrightarrow{GE} \wedge \overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}} = \vec{0} \quad (2)$$

$\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}}$ et $\overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}}$ sont coplanaires

Equation (1) \rightarrow $\overrightarrow{G_{pièce \rightarrow 6}}$, $\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}}$ et $\overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}}$ sont coplanaires.



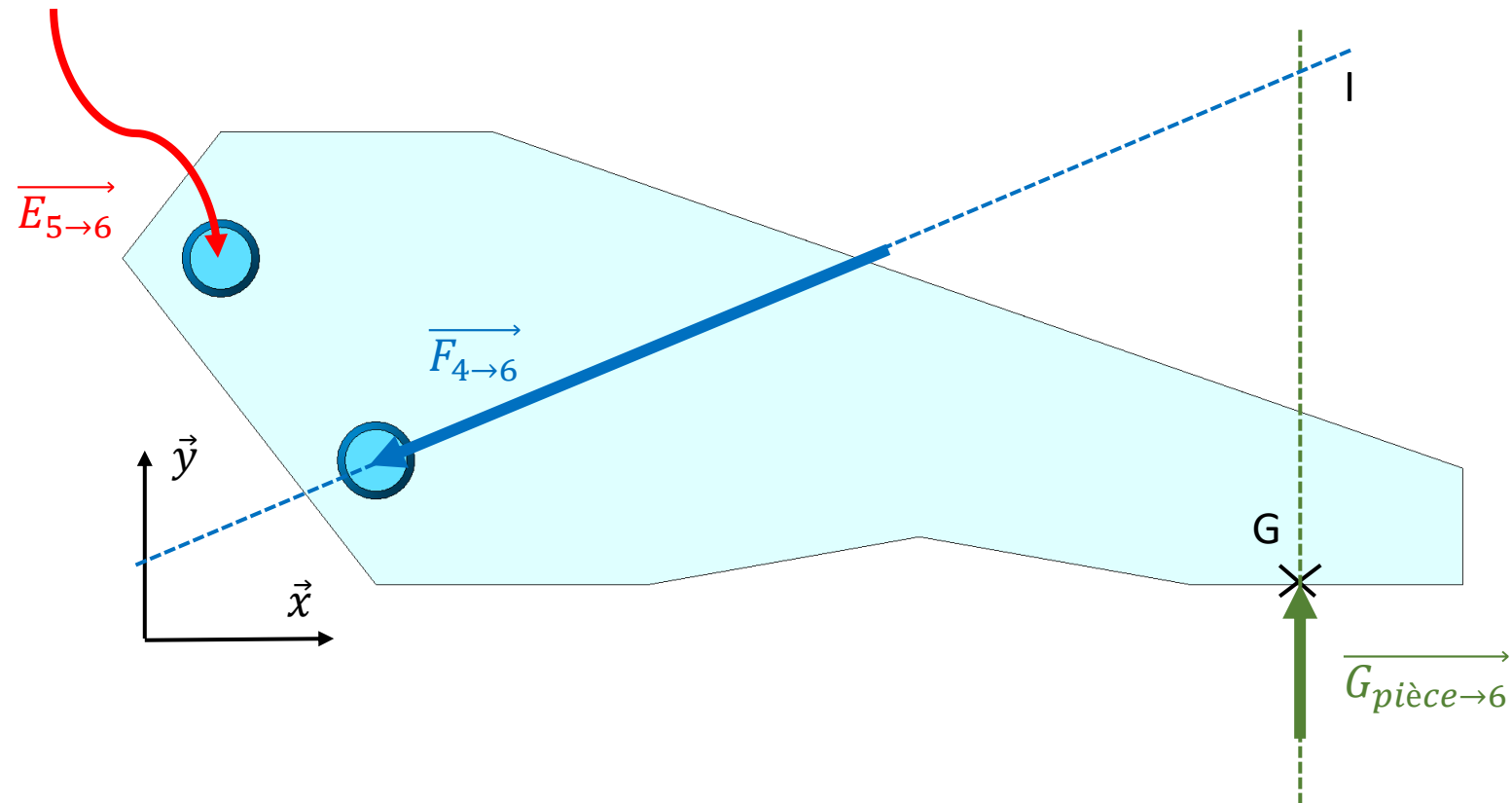
Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

1^{er} cas : $\vec{G}_{pièce \rightarrow 6}$ et $\vec{F}_{4 \rightarrow 6}$ concourants :

I = intersection de $\vec{G}_{pièce \rightarrow 6}$ et $\vec{F}_{4 \rightarrow 6}$



Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

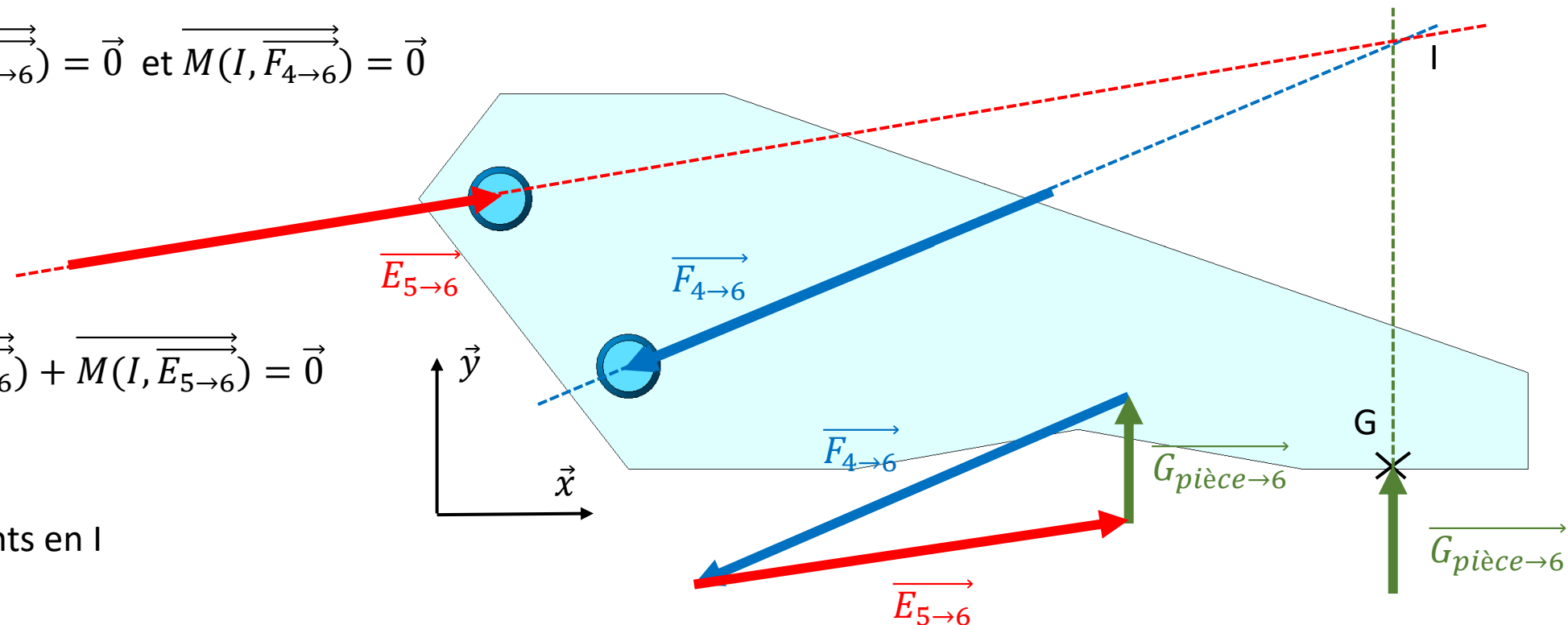
Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

Par définition : $\overrightarrow{M(I, \overrightarrow{G_{pièce \rightarrow 6}})} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{M(I, \overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}})} = \vec{0}$

$\overrightarrow{M(I, \overrightarrow{G_{pièce \rightarrow 6}})} + \overrightarrow{M(I, \overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}})} + \overrightarrow{M(I, \overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}})} = \vec{0}$

$\rightarrow \overrightarrow{M(I, \overrightarrow{E_{5 \rightarrow 6}})} = \vec{0}$

$\rightarrow 3$ glisseurs \rightarrow concourants en I



Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

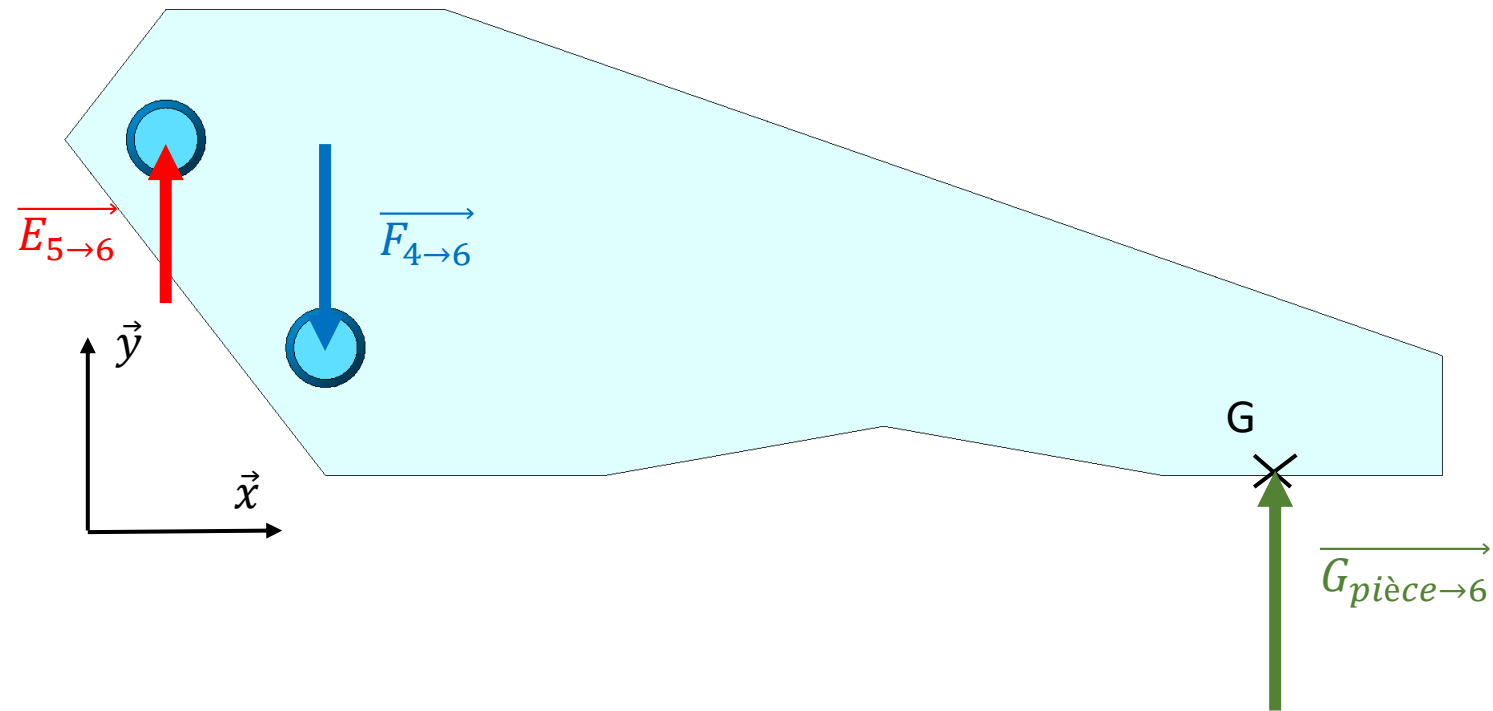
Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

2nd cas : $\vec{G}_{pièce \rightarrow 6}$ et $\vec{F}_{4 \rightarrow 6}$ parallèles :

$$\vec{G}_{pièce \rightarrow 6} + \vec{F}_{4 \rightarrow 6} + \vec{E}_{5 \rightarrow 6} = \vec{0}$$

→ $\vec{G}_{pièce \rightarrow 6}$, $\vec{F}_{4 \rightarrow 6}$ et $\vec{E}_{5 \rightarrow 6}$ parallèles



Utilisation du Principe Fondamental de la Statique

Cas particulier d'application du PFS

Equilibre d'un système soumis à 3 actions modélisables par des glisseurs

Théorème : Si un solide, soumis à trois actions modélisables par des glisseurs, est en équilibre, alors ces trois glisseurs sont :

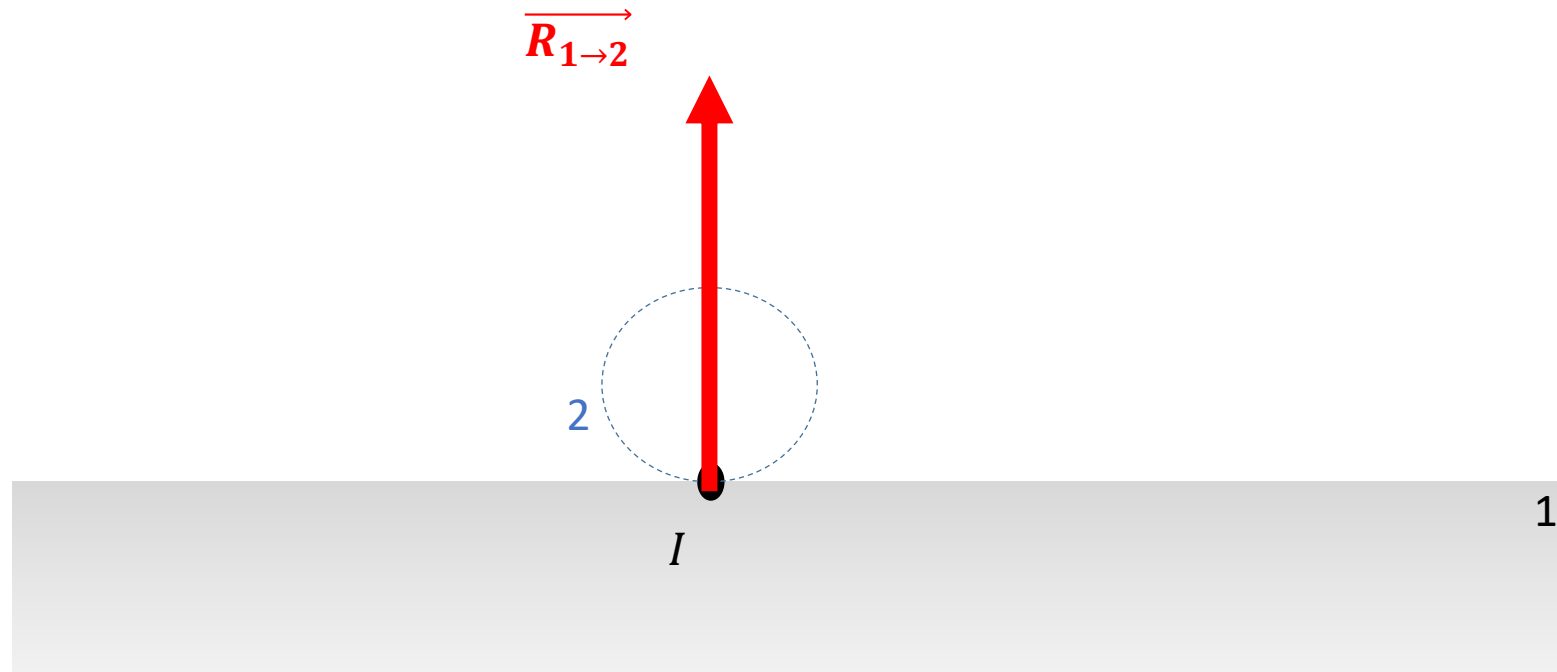
- **coplanaires**
- **concourants ou parallèles**
- **de somme vectorielle nulle**

Ce résultat fondamental pourra être utilisé directement dans les applications.

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

PAS de mouvement
PAS de frottement

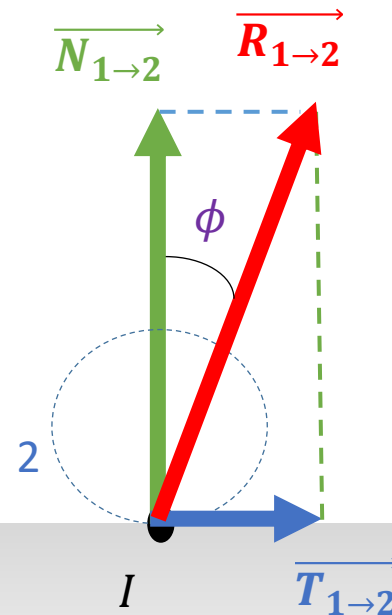


Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

PAS de mouvement
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$



$$\{T_{1 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}} = N_{12} \cdot \vec{n} + T_{12} \cdot \vec{t} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_I$$

Résolution des problèmes de statique avec frottement

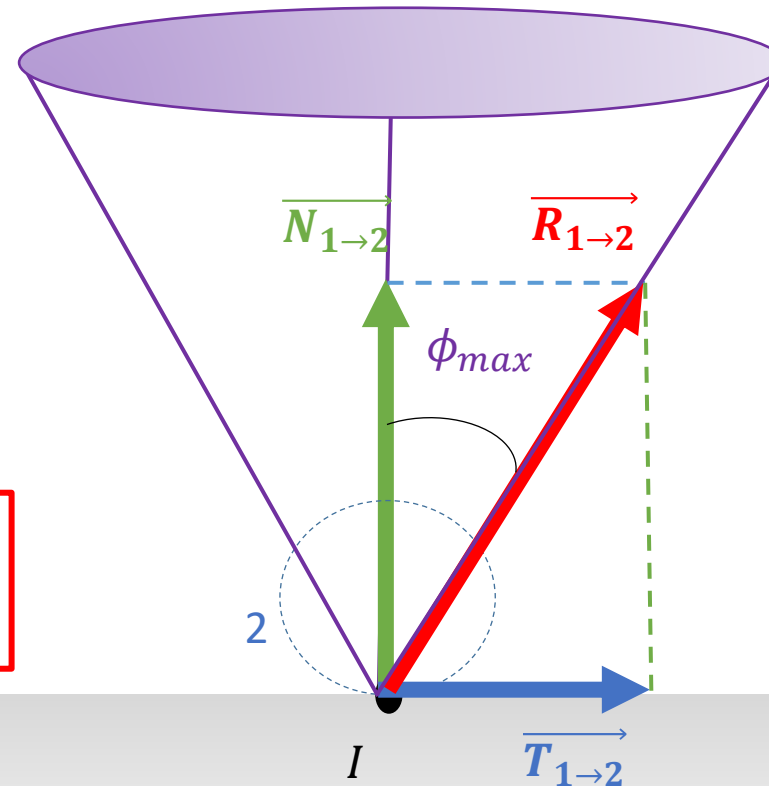
Simplification des lois de Coulomb en statique plane

A LA LIMITE DU GLISSEMENT
(PAS de mouvement)
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$

$f = \tan \phi_{max}$
 ϕ_{max} = Angle de frottement

Cône de frottement



Résolution des problèmes de statique avec frottement

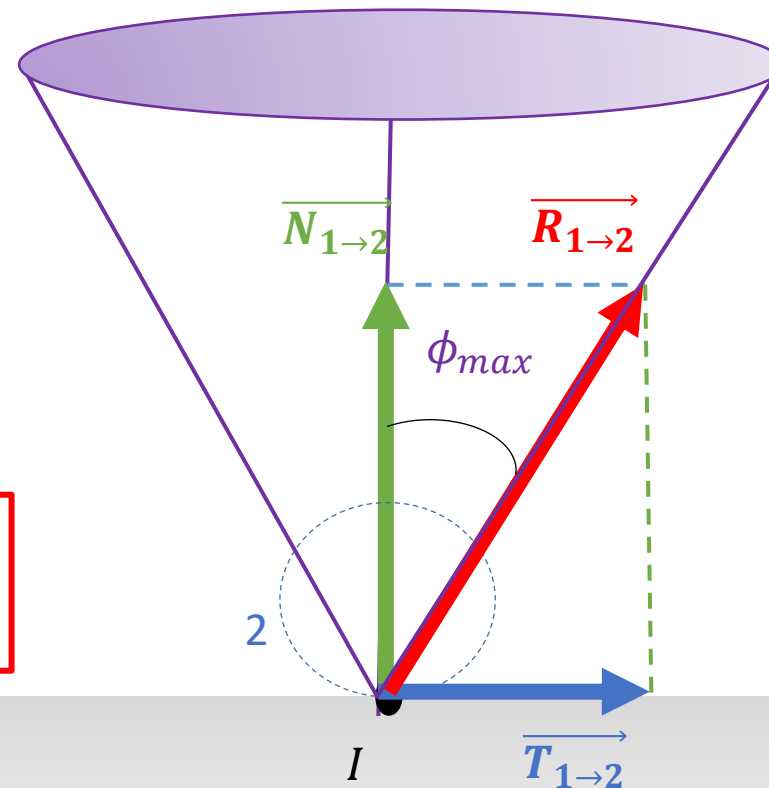
Simplification des lois de Coulomb en statique plane

Cône de frottement

GLISSEMENT (mouvement)
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$

$f = \tan \phi_{max}$
 ϕ_{max} = Angle de frottement



Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

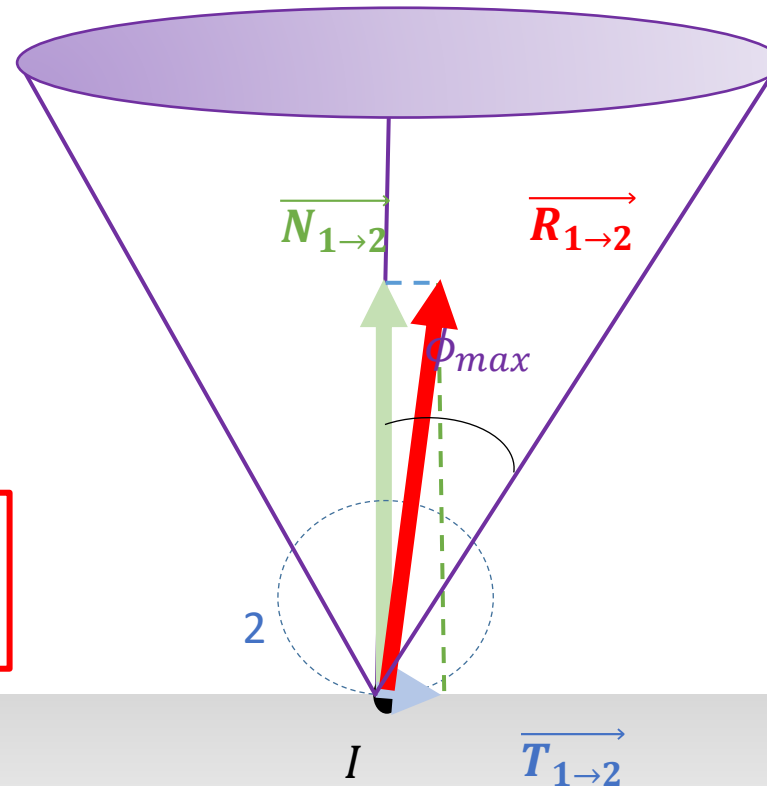
PAS de mouvement
Frottement



$$f = \tan \phi_{max}$$

ϕ_{max} = Angle de frottement

Cône de frottement



Cas du non glissement (RSG, adhérence) :

2 ne glisse pas sur 1 : $\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$

Connait exactement $\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}$ (direction et sens)

$$\|\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}\| < f \cdot \|\overrightarrow{N_{1 \rightarrow 2}}\|$$

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

PAS de mouvement
Frottement

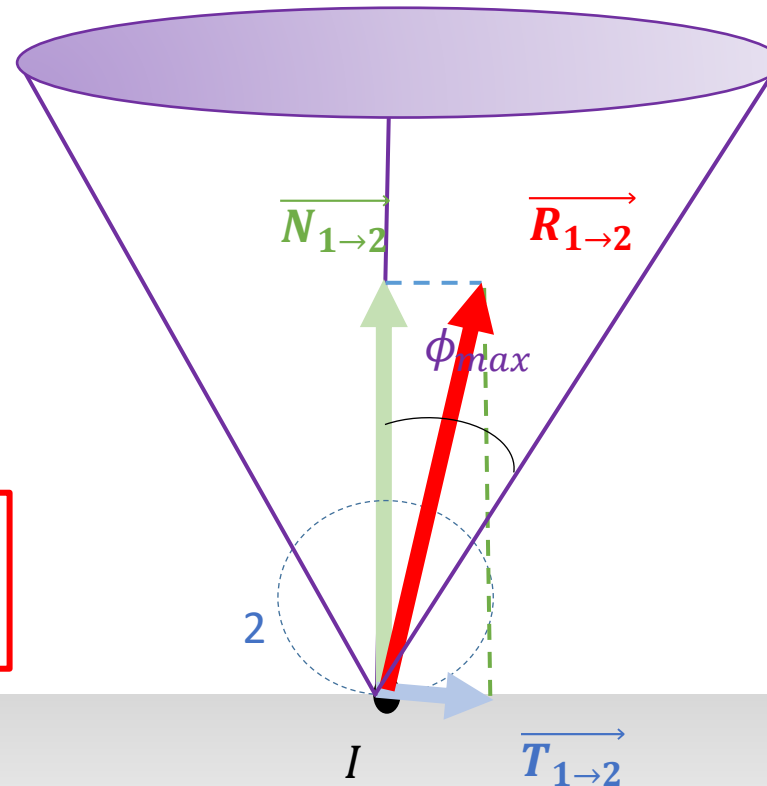
$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$



$$f = \tan \phi_{max}$$

ϕ_{max} = Angle de frottement

Cône de frottement



Cas du non glissement (RSG, adhérence) :

2 ne glisse pas sur 1 : $\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$

Connait exactement $\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}$ (direction et sens)

$$\|\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}\| < f \cdot \|\overrightarrow{N_{1 \rightarrow 2}}\|$$

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

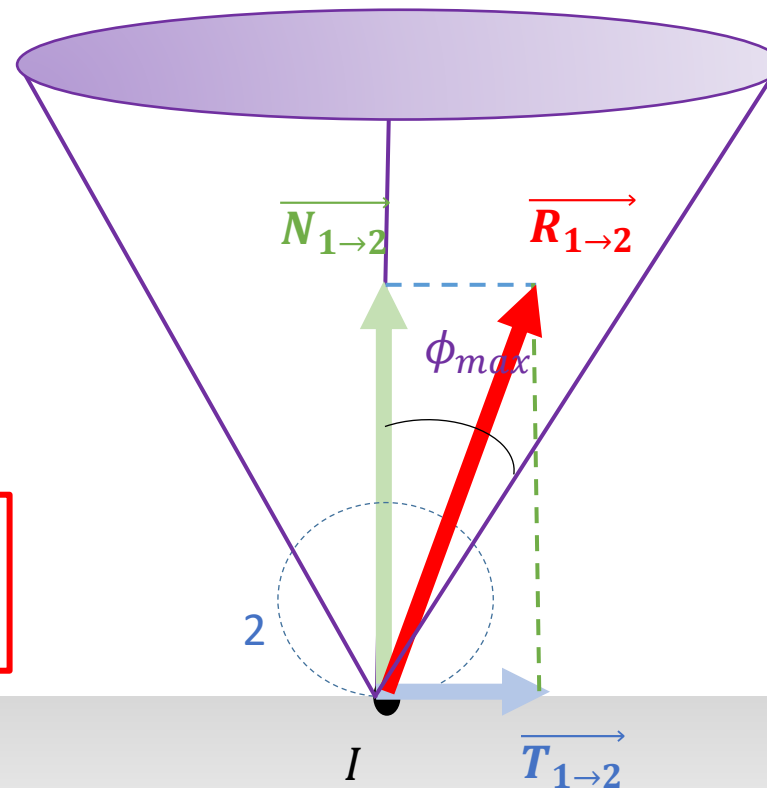
PAS de mouvement
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$



$f = \tan \phi_{max}$
 ϕ_{max} = Angle de frottement

Cône de frottement



Cas du non glissement (RSG, adhérence) :

2 ne glisse pas sur 1 : $\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$

Connait exactement $\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}$ (direction et sens)

$$\|\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}\| < f \cdot \|\overrightarrow{N_{1 \rightarrow 2}}\|$$

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

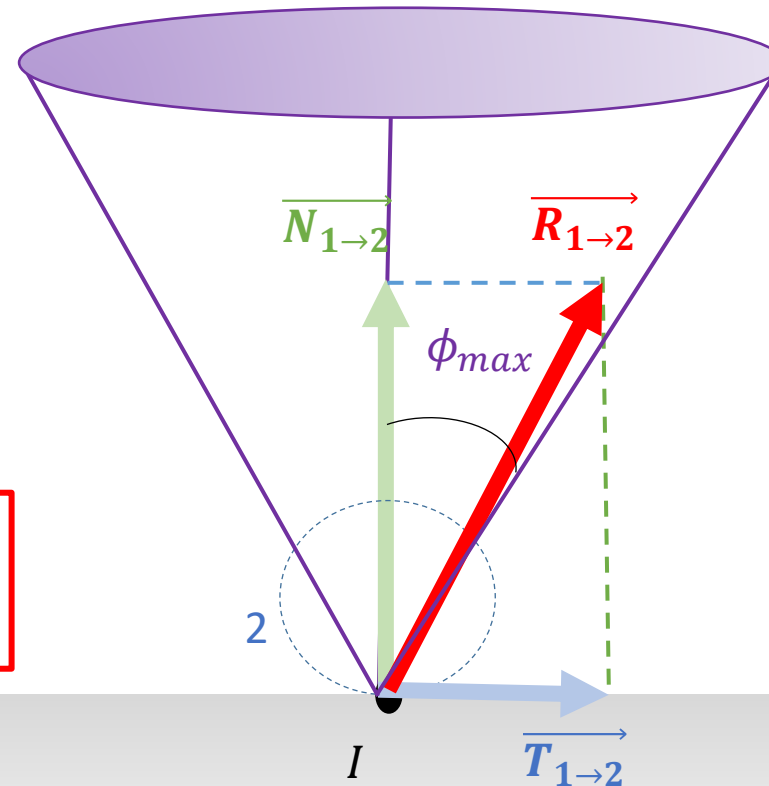
Cône de frottement

PAS de mouvement
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$



$f = \tan \phi_{max}$
 ϕ_{max} = Angle de frottement



Cas du non glissement (RSG, adhérence) :

2 ne glisse pas sur 1 : $\overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$

Connait exactement $\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}$ (direction et sens)

$$\|\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}\| < f \cdot \|\overrightarrow{N_{1 \rightarrow 2}}\|$$

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

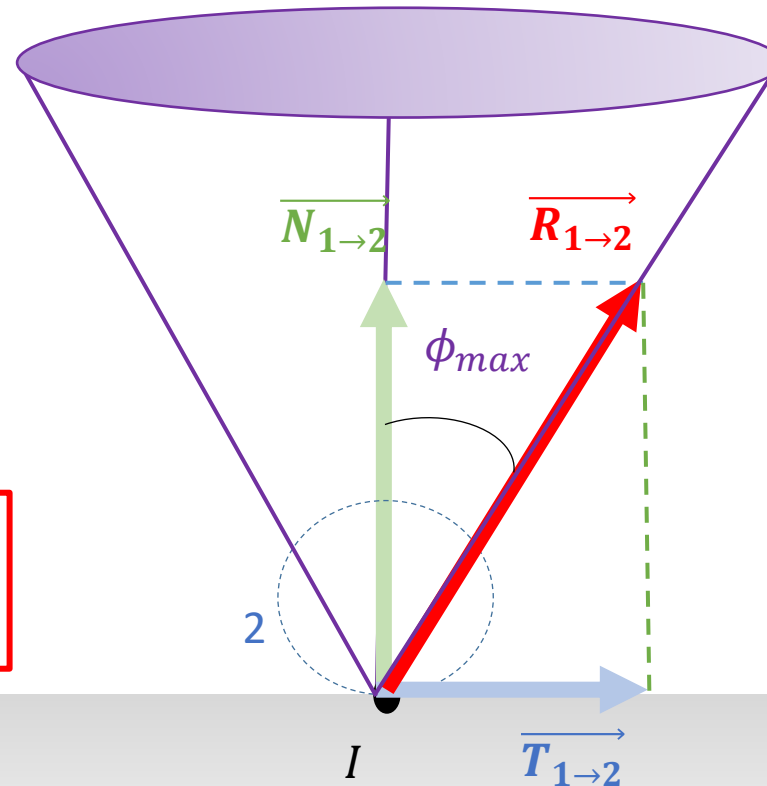
A LA LIMITE DU GLISSEMENT
(PAS de mouvement)
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$



$f = \tan \phi_{max}$
 ϕ_{max} = Angle de frottement

Cône de frottement



Utilisation pratique des lois de Coulomb :

Equilibre + Limite du glissement

$$\rightarrow \overrightarrow{V_{I \in 2/1}} = \vec{0}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}} = \text{Opposé à } \overrightarrow{V_{I \in 2/1}} :$$

$$\rightarrow \overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}} \cdot \overrightarrow{V_{I \in 2/1}} < 0$$

$$\|\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}\| = f \cdot \|\overrightarrow{N_{1 \rightarrow 2}}\|$$

$\overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}}$ est SUR le cône de frottement

1

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

Cône de frottement

GLISSEMENT (mouvement)
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$

$$\|\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}\| = f \cdot \|\overrightarrow{N_{1 \rightarrow 2}}\|$$

IMPOSSIBLE !

$\overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}}$ NE PEUT PAS SORTIR
DU CONE DE FROTTEMENT

$$f = \tan \phi_{max}$$

ϕ_{max} = Angle de frottement

I

$\overrightarrow{T_{1 \rightarrow 2}}$

1

Résolution des problèmes de statique avec frottement

Simplification des lois de Coulomb en statique plane

Cône de frottement

GLISSEMENT (mouvement)
Frottement

$\overrightarrow{V(I \in 2/1)}$

$f = \tan \phi_{max}$
 ϕ_{max} = Angle de frottement

$$\|\overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2}\| = f \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$$

$\overrightarrow{R}_{1 \rightarrow 2}$ NE PEUT PAS SORTIR
DU CONE DE FROTTEMENT

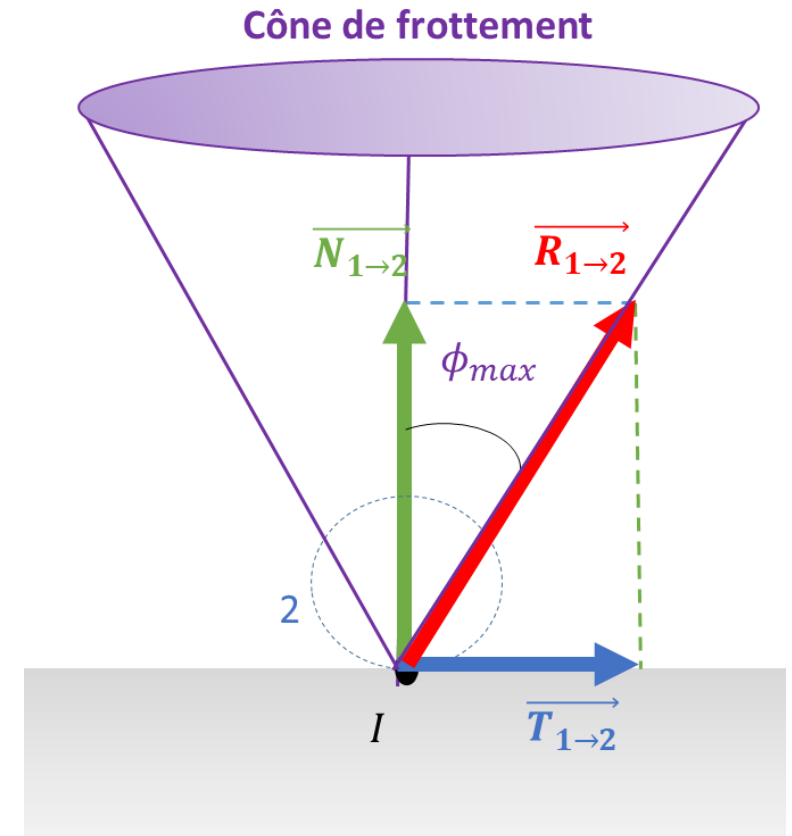
Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

Les lois de Coulomb (1781)

Ordre de grandeur du coefficient de frottement

Coefficient de frottement dépend :

- nature des matériaux en contact (critère prépondérant)
- état de surface (rugosité des surfaces en contact, ...)
- présence de particules entre les 2 solides (lubrification, oxydation, impuretés...)
- de la vitesse de glissement (plus grand à l'arrêt que lors du glissement)



Remarque : Coefficient de frottement \rightarrow indépendant \rightarrow intensité des actions exercées et étendue des surfaces en contact.

Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

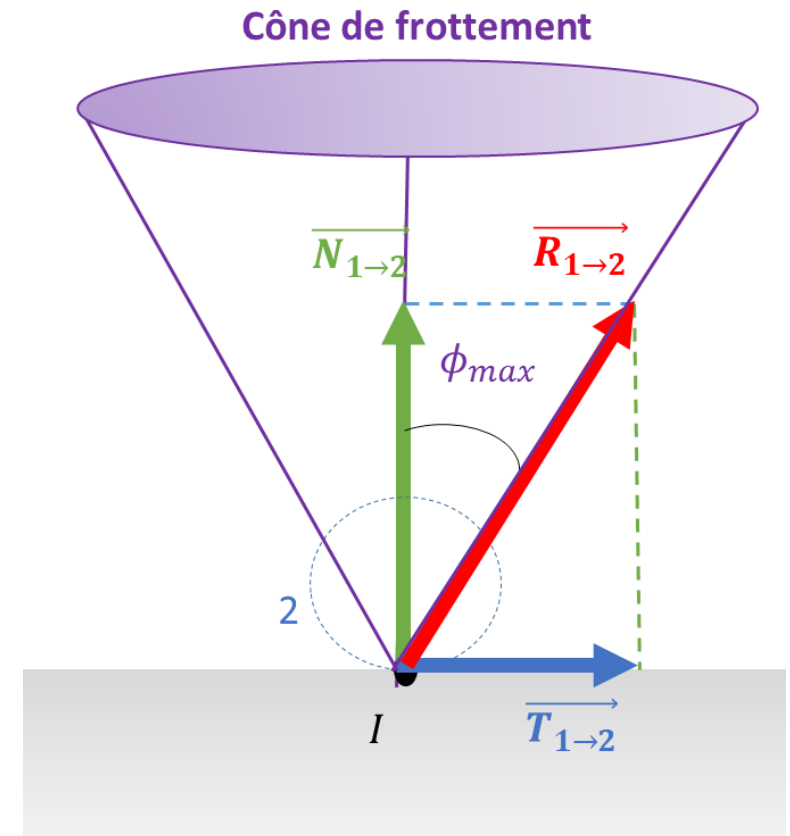
Les lois de Coulomb (1781)

Ordre de grandeur du coefficient de frottement

Valeurs indicatives de μ_s et μ	Adhérence		Frottement	
	$\mu_s = f_s = \tan \phi_s$		$\mu = f = \tan \phi$	
Nature des matériaux en contact	A sec	Lubrifié	A sec	Lubrifié
Acier sur acier	0,18	0,12	0,15	0,09
Acier sur fonte	0,19	0,1	0,16	0,08 à 0,04
Acier sur bronze	0,11	0,1	0,1	0,09
Téflon sur acier	0,04		0,04	
Fonte sur bronze		0,1	0,2	0,08 à 0,04
Nylon sur acier			0,35	0,12
Bois sur bois	0,65	0,2	0,4 à 0,2	0,16 à 0,04
Métaux sur bois	0,6 à 0,5	0,1	0,5 à 0,2	0,08 à 0,02
Métal sur glace			0,02	
Pneu voiture sur route	0,8		0,6	0,3 à 0,1 sur sol mouillé
Cordage (neuf et sec)			0,3	
Cordage (usé et sec)			0,2	
Cordage (usé et mouillé)			0,1	

$$f = \tan \phi_{max}$$

ϕ_{max} = Angle de frottement



Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

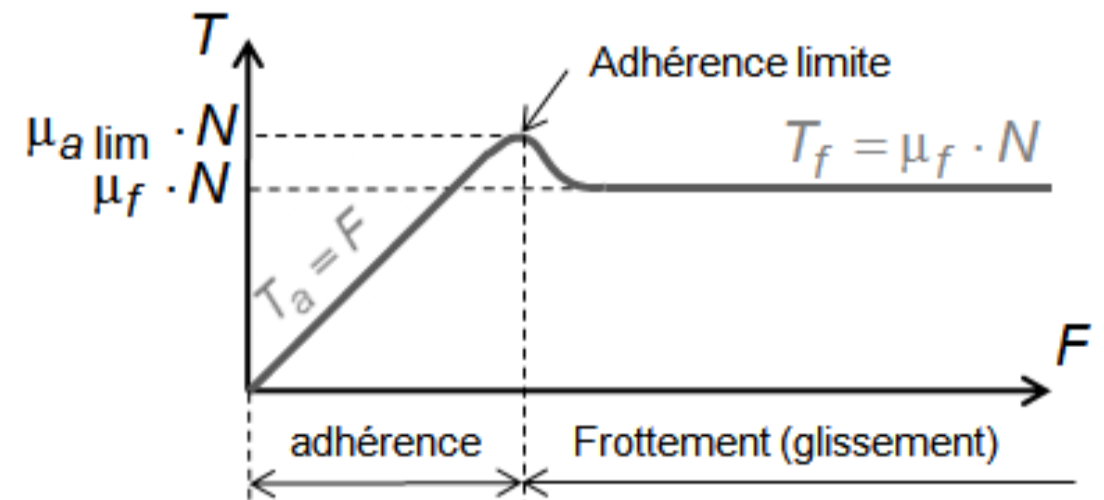
Les lois de Coulomb (1781)

Ordre de grandeur du coefficient de frottement

Différence entre coefficient de frottement d'adhérence f_0 et coefficient de frottement de glissement f

Toujours $f_0 > f$

On les confond très souvent par simplification de l'étude



Différence entre le coefficient de frottement μ_f et celui d'adhérence $\mu_{a \text{ lim}}$ \rightarrow zone intermédiaire
 \rightarrow système peut successivement glisser et adhérer = phénomène de stick-slip

Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

Les lois de Coulomb (1781)

Lois de Coulomb concernant le pivotement et le roulement

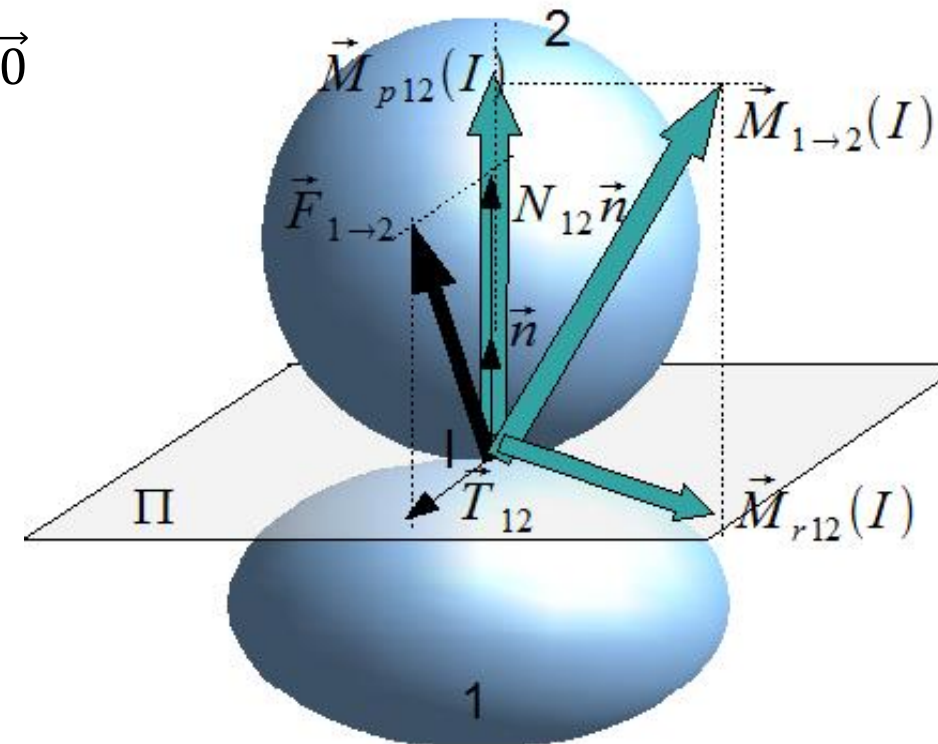
Lois de Coulomb \rightarrow Contact rigoureusement ponctuel $\rightarrow \overrightarrow{M}_{I,1\rightarrow 2} = \vec{0}$

Réalité \rightarrow Contact \rightarrow Petite surface

\rightarrow Une résistance apparaît

\rightarrow Potentielle rotation du solide

$\rightarrow \overrightarrow{M}_{I,1\rightarrow 2} \neq \vec{0}$



Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

Les lois de Coulomb (1781)

Lois de Coulomb concernant le pivotement et le roulement

$\overrightarrow{M}_{I,1\rightarrow 2}$:

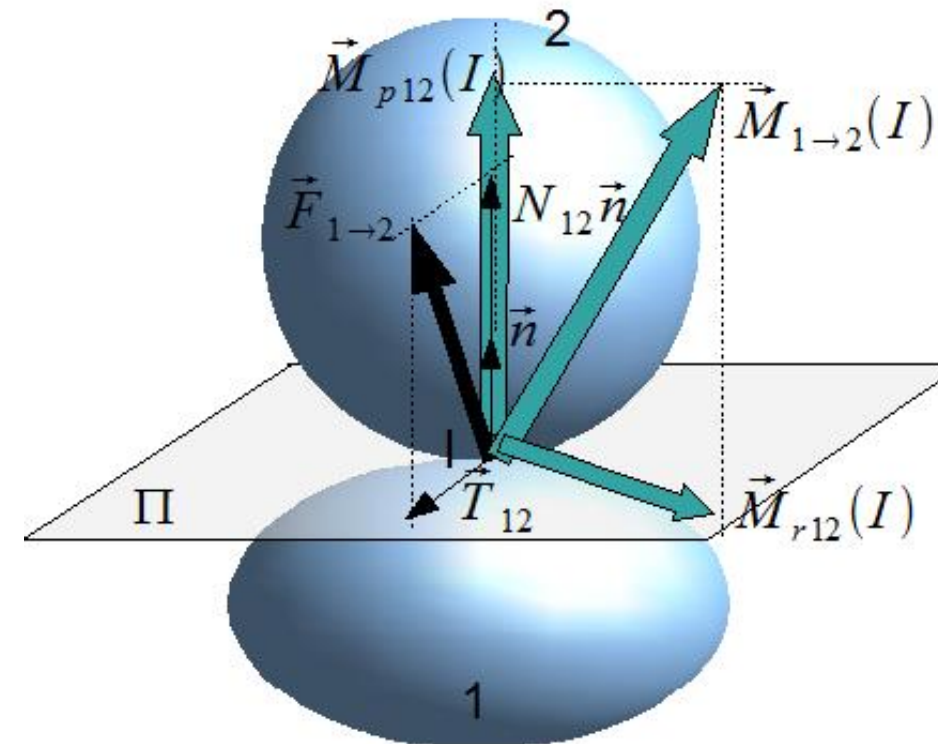
- Moment de résistance au pivotement de S_1 sur S_2 :

$$\overrightarrow{M}_{P_{I,1\rightarrow 2}} = \left(\overrightarrow{M}_{I,1\rightarrow 2} \cdot \vec{n} \right) \cdot \vec{n}$$

- Moment de résistance au roulement de S_1 sur S_2 :

$$\overrightarrow{M}_{r_{I,1\rightarrow 2}} = \overrightarrow{M}_{I,1\rightarrow 2} - \overrightarrow{M}_{P_{I,1\rightarrow 2}}$$

$$\{T_{1\rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{F}_{1\rightarrow 2} = N_{12} \cdot \vec{n} + T_{12} \cdot \vec{t} \\ \overrightarrow{M}_{I,1\rightarrow 2} = \overrightarrow{M}_{P_{I,1\rightarrow 2}} + \overrightarrow{M}_{r_{I,1\rightarrow 2}} \end{array} \right\}_I$$



Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

Les lois de Coulomb (1781)

Lois de Coulomb concernant le pivotement et le roulement

Lois de Coulomb pour le roulement :

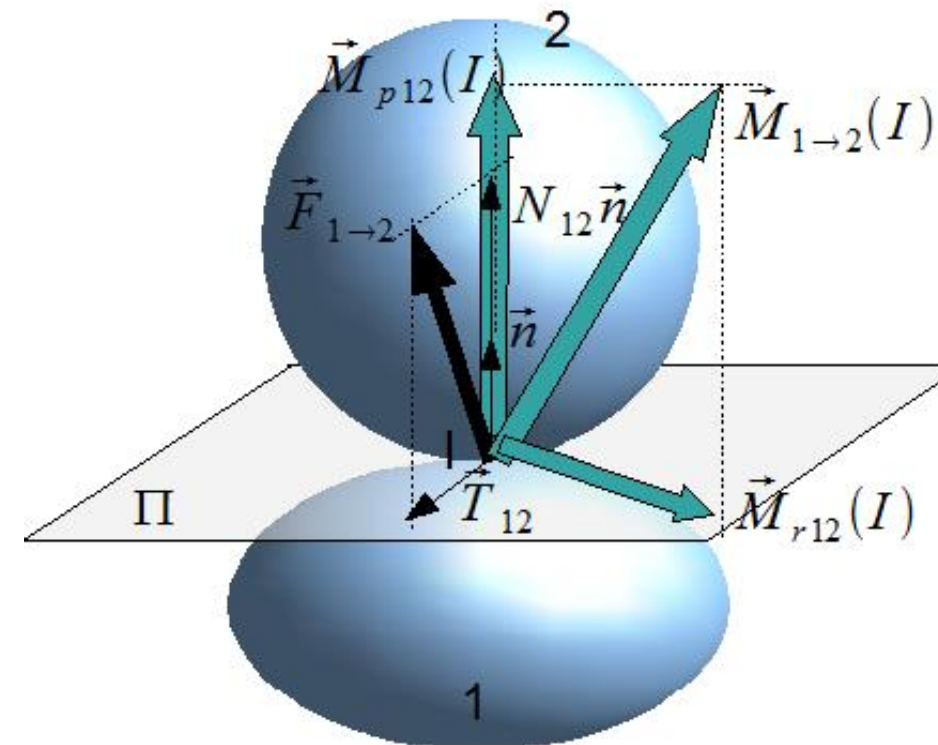
Si $\overrightarrow{\Omega}_{r2/1} \neq \vec{0}$ (il y a roulement entre S_1 et S_2) :

- $\overrightarrow{M}_{rI,1\rightarrow 2}$ est opposé à $\overrightarrow{\Omega}_{r2/1}$
- $\|\overrightarrow{M}_{rI,1\rightarrow 2}\| = h \cdot \|\overrightarrow{N}_{12}\|$

h = paramètre de résistance au roulement (unité : mètre)

Si $\overrightarrow{\Omega}_{r2/1} = \vec{0}$:

- $\|\overrightarrow{M}_{rI,1\rightarrow 2}\| < h \cdot \|\overrightarrow{N}_{12}\|$



Modélisation des actions mécaniques de contact avec frottement

Les lois de Coulomb (1781)

Lois de Coulomb concernant le pivotement et le roulement

Lois de Coulomb pour le pivotement :

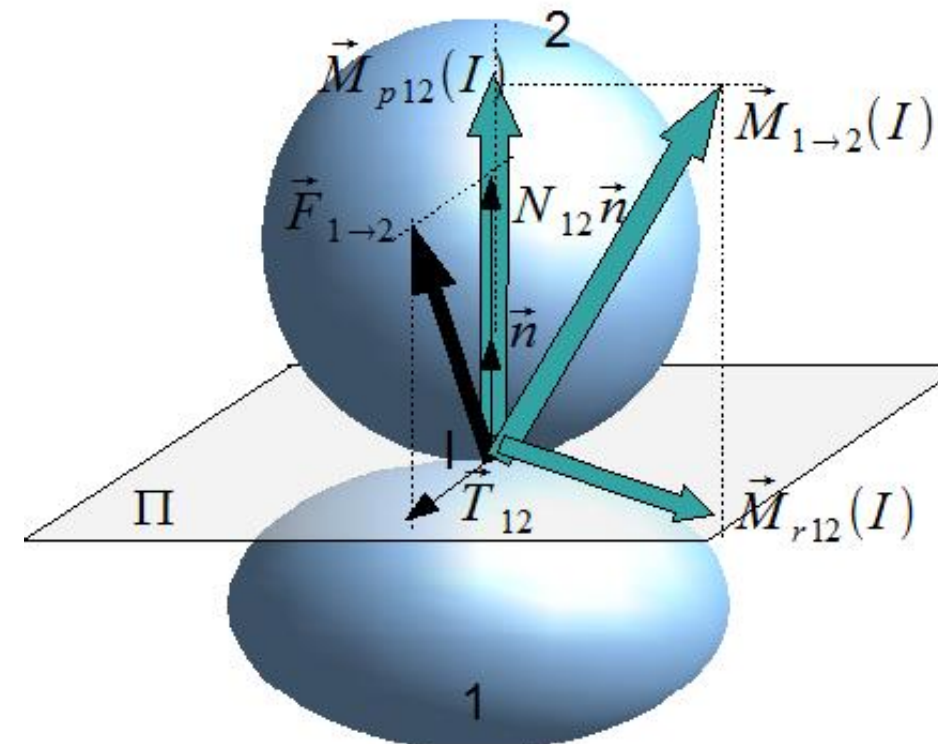
Si $\overrightarrow{\Omega_{P_{2/1}}} \neq \vec{0}$ (il y a pivotement entre S_1 et S_2) :

- $\overrightarrow{M_{P_{I,1 \rightarrow 2}}}$ est opposé à $\overrightarrow{\Omega_{P_{2/1}}}$
- $\|\overrightarrow{M_{P_{I,1 \rightarrow 2}}}\| = k \cdot \|\overrightarrow{N_{12}}\|$

k = paramètre de résistance au pivotement (unité : mètre)

Si $\overrightarrow{\Omega_{P_{2/1}}} = \vec{0}$:

- $\|\overrightarrow{M_{P_{I,1 \rightarrow 2}}}\| < k \cdot \|\overrightarrow{N_{12}}\|$



Résolution des problèmes de statique avec frottement

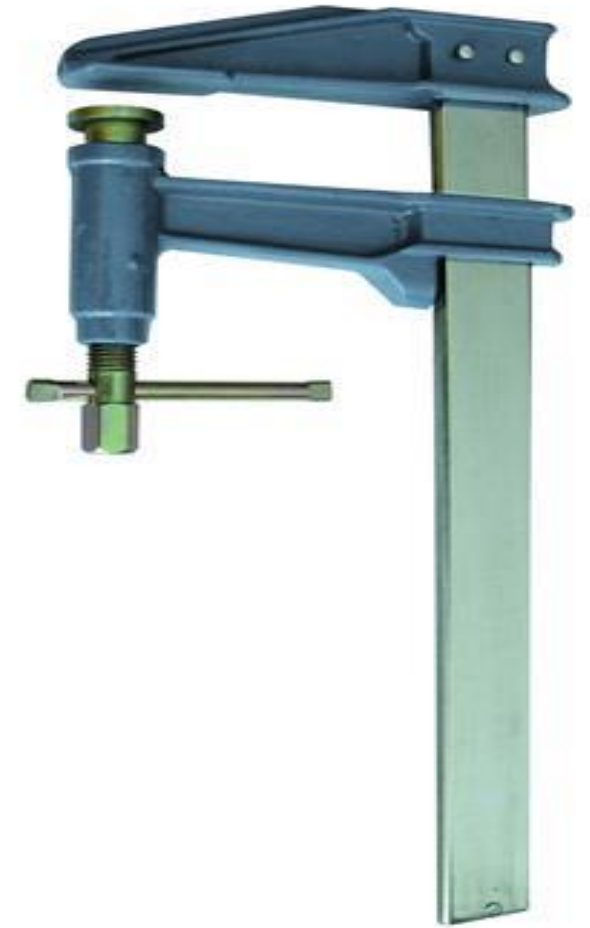
Phénomène d'arc-boutement

Arc-boutement = Phénomène de blocage dû au frottement

Quel que soit l'effort extérieur appliqué au système → Equilibre assuré

Exemples :

- Cale sous la roue d'une voiture ou sous la porte
- Serre-joint
- Roue libre (vélo)
- Système vis-écrou irréversible
- Système de fixation
- Crayon sur un table
- Tiroir qui grince
- ...



Résolution des problèmes de statique avec frottement

Phénomène d'arc-boutement

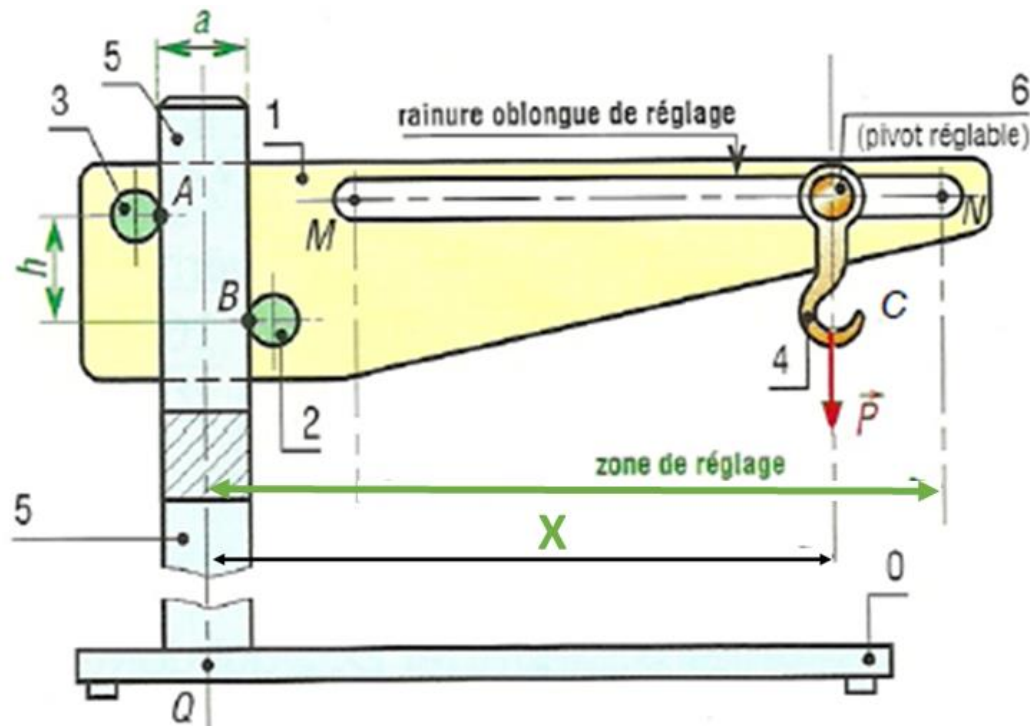


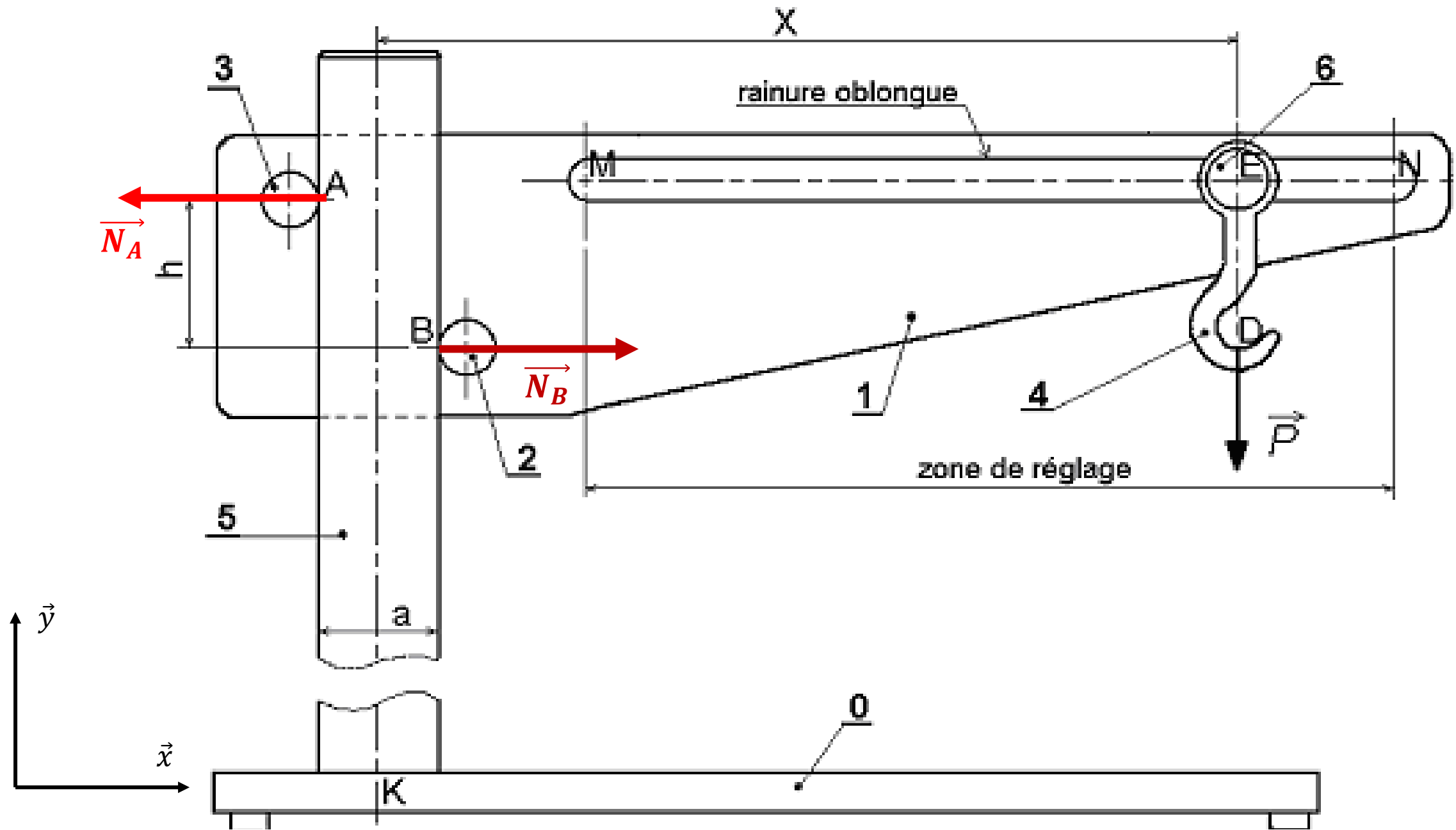
Définition : On dit qu'il y a arc-boutement chaque fois que le phénomène d'adhérence provoque une impossibilité de mouvement (donc équilibre) quelle que soit l'intensité des efforts mis en jeu.

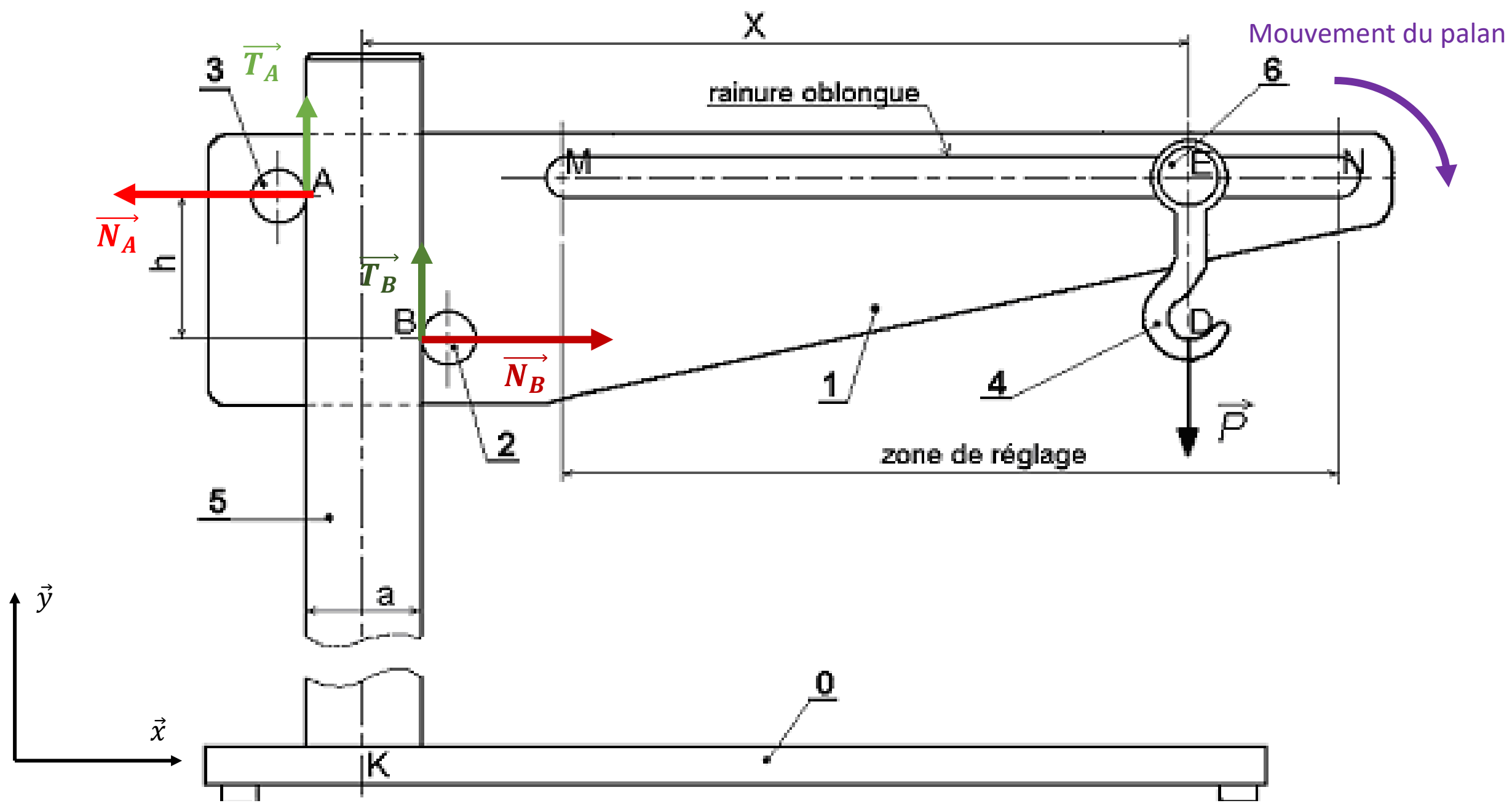
Résolution des problèmes de statique avec frottement

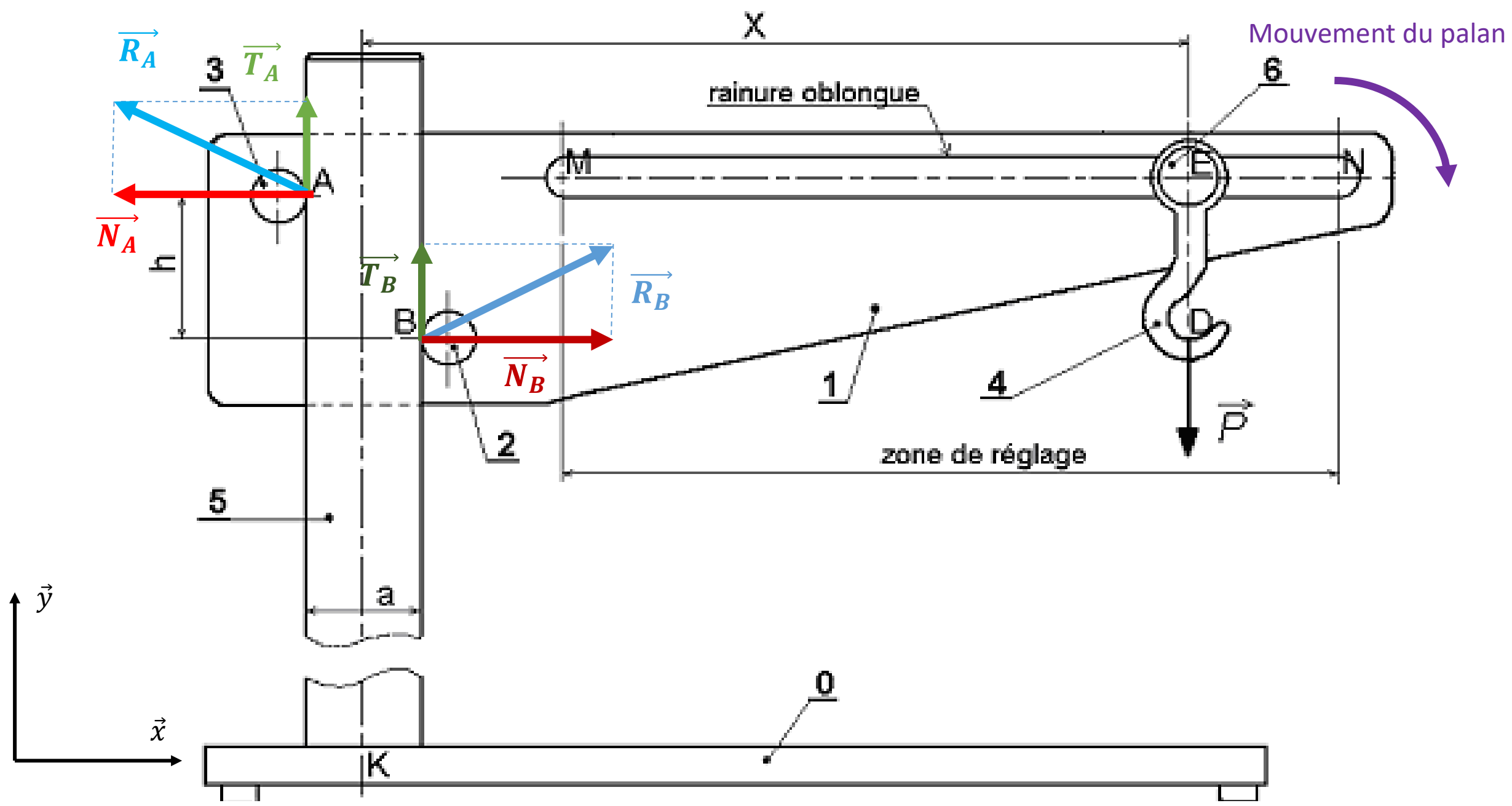
Phénomène d'arc-boutement

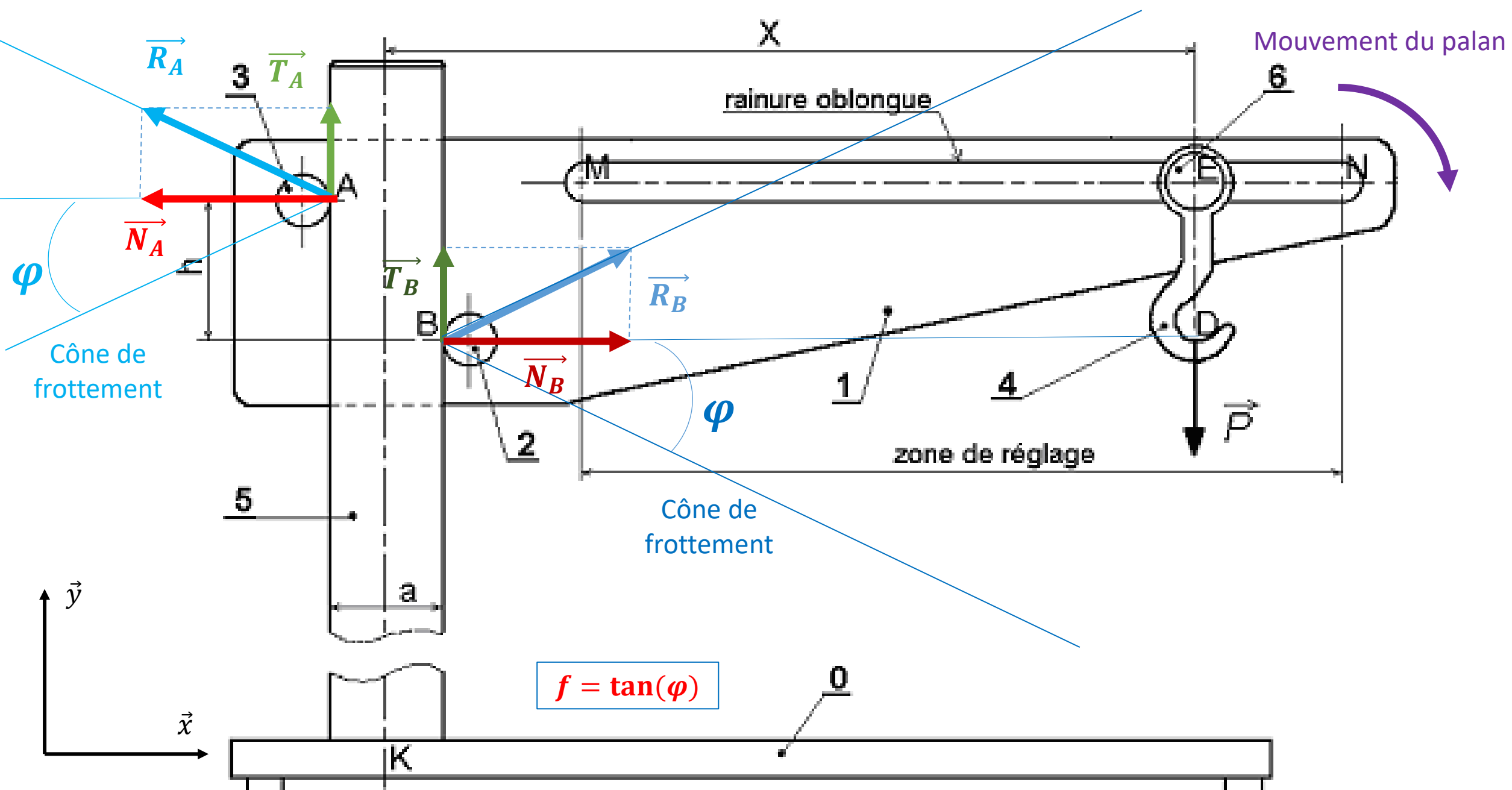
Exemple : Système de palan

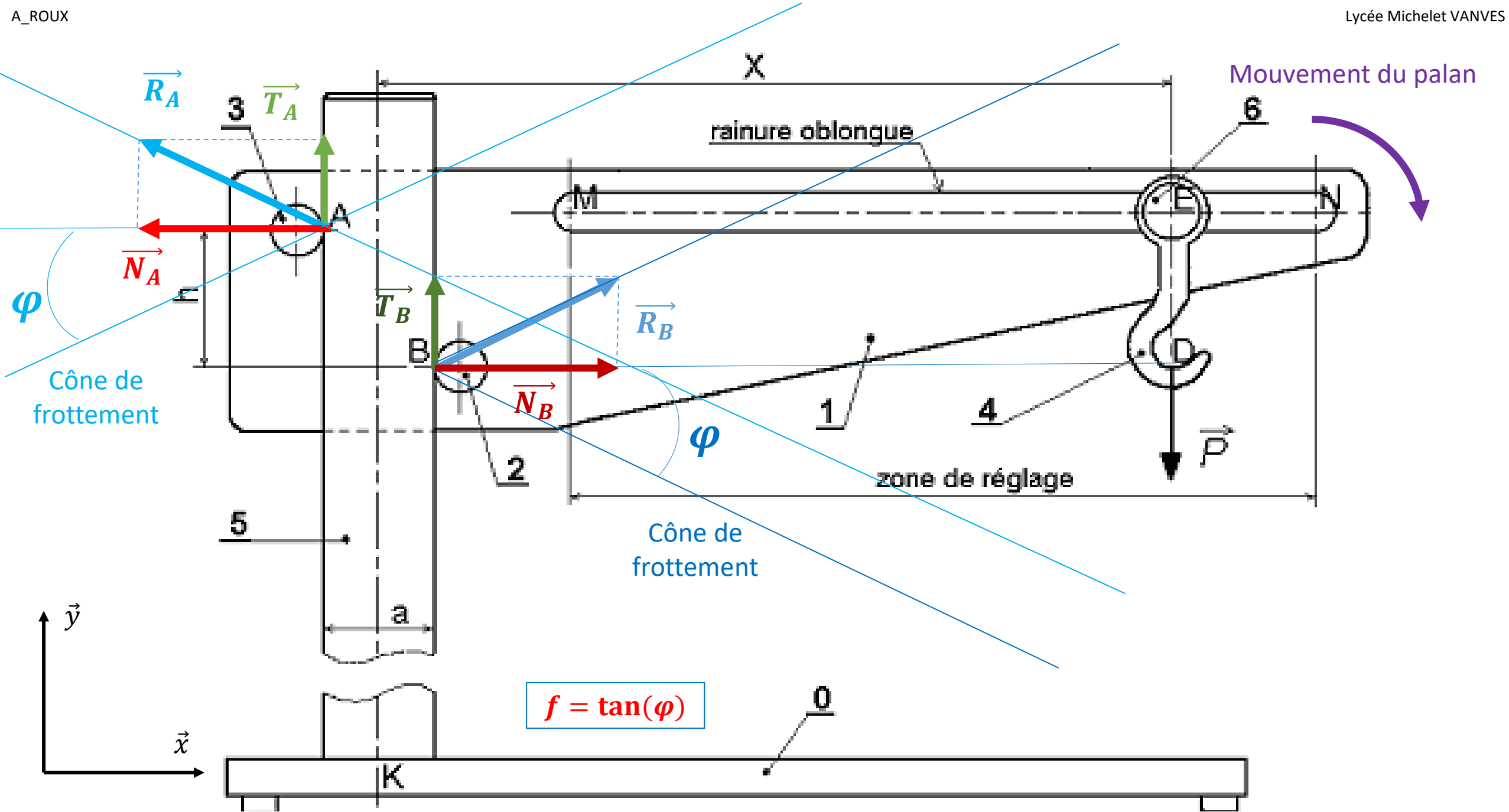


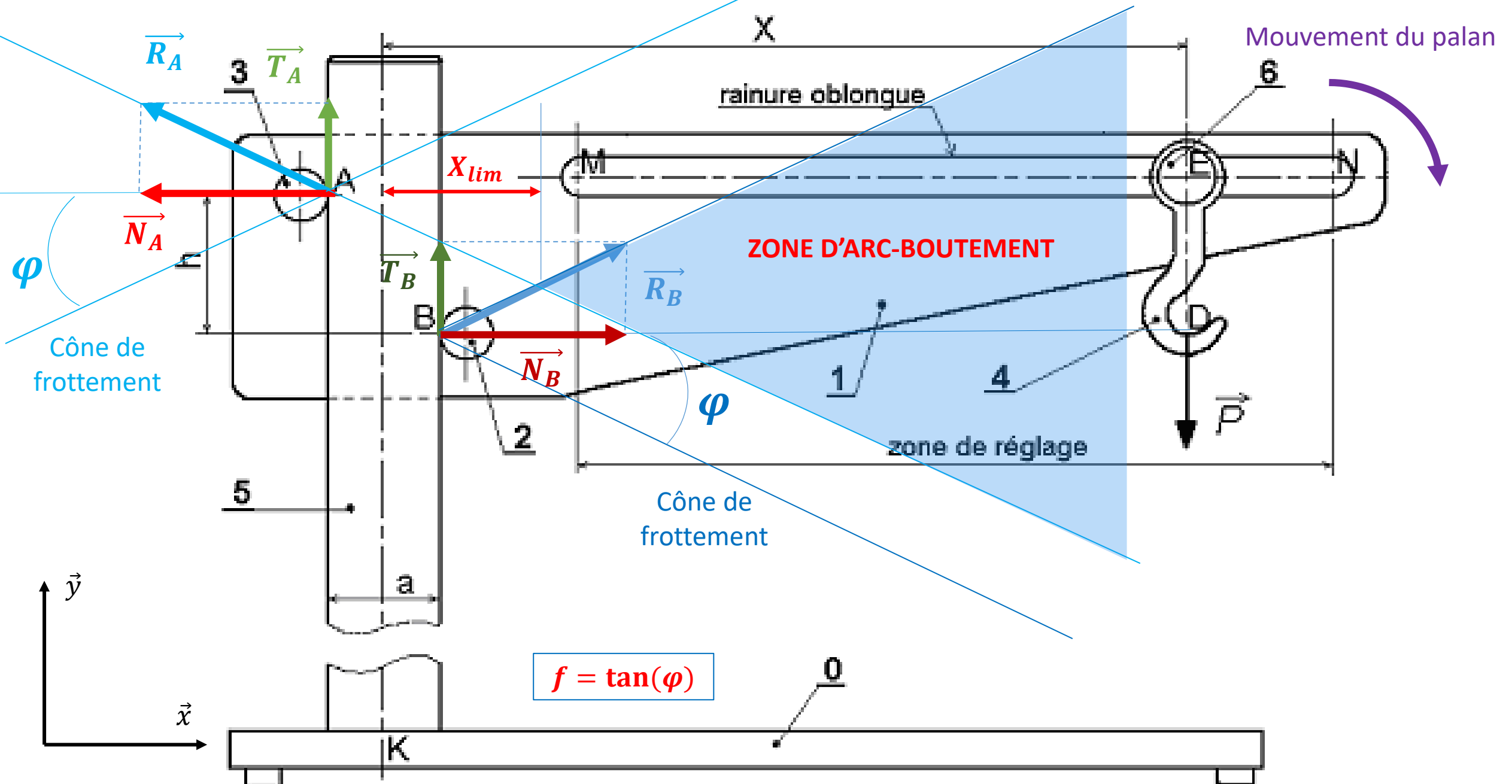


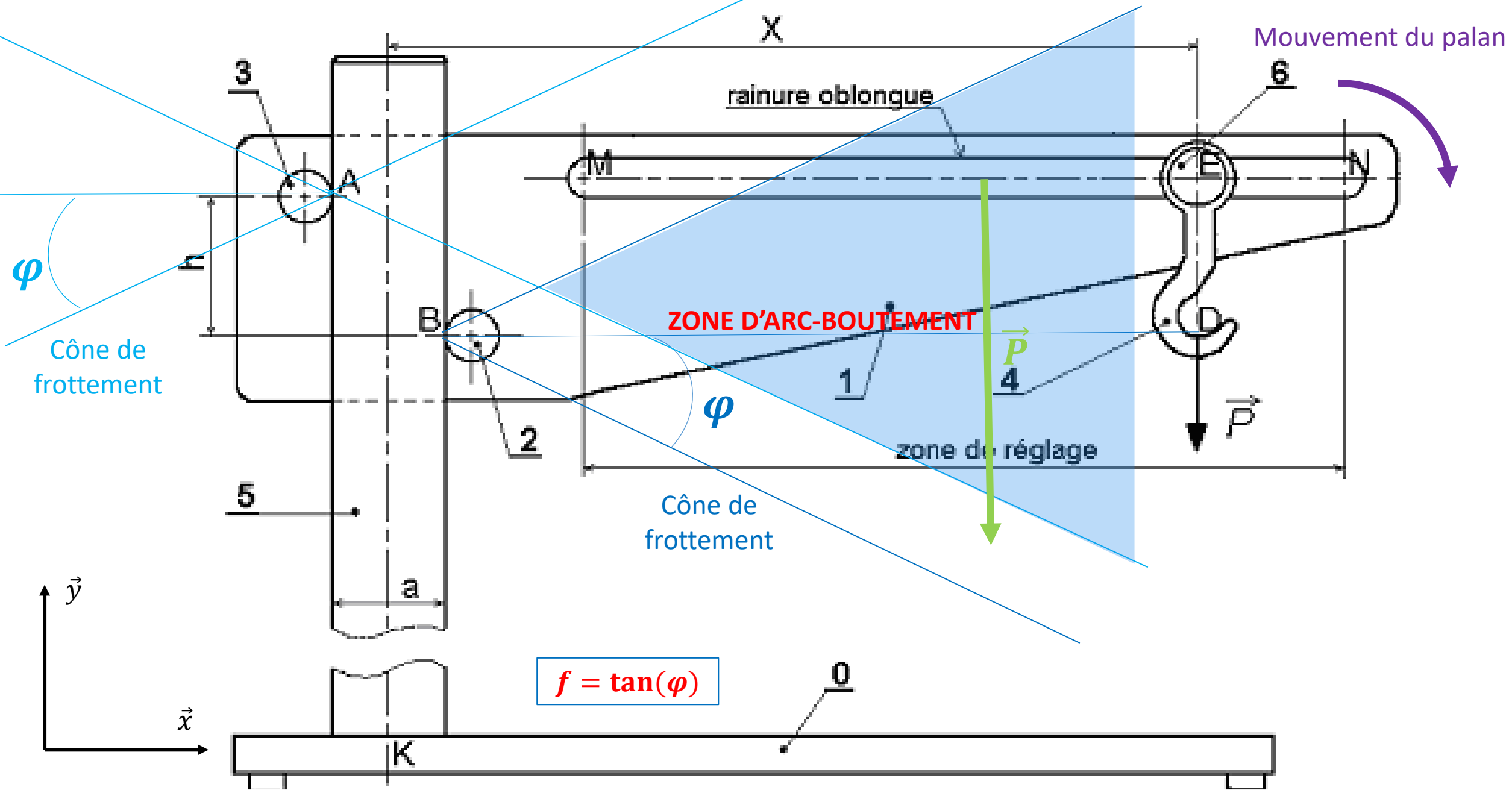


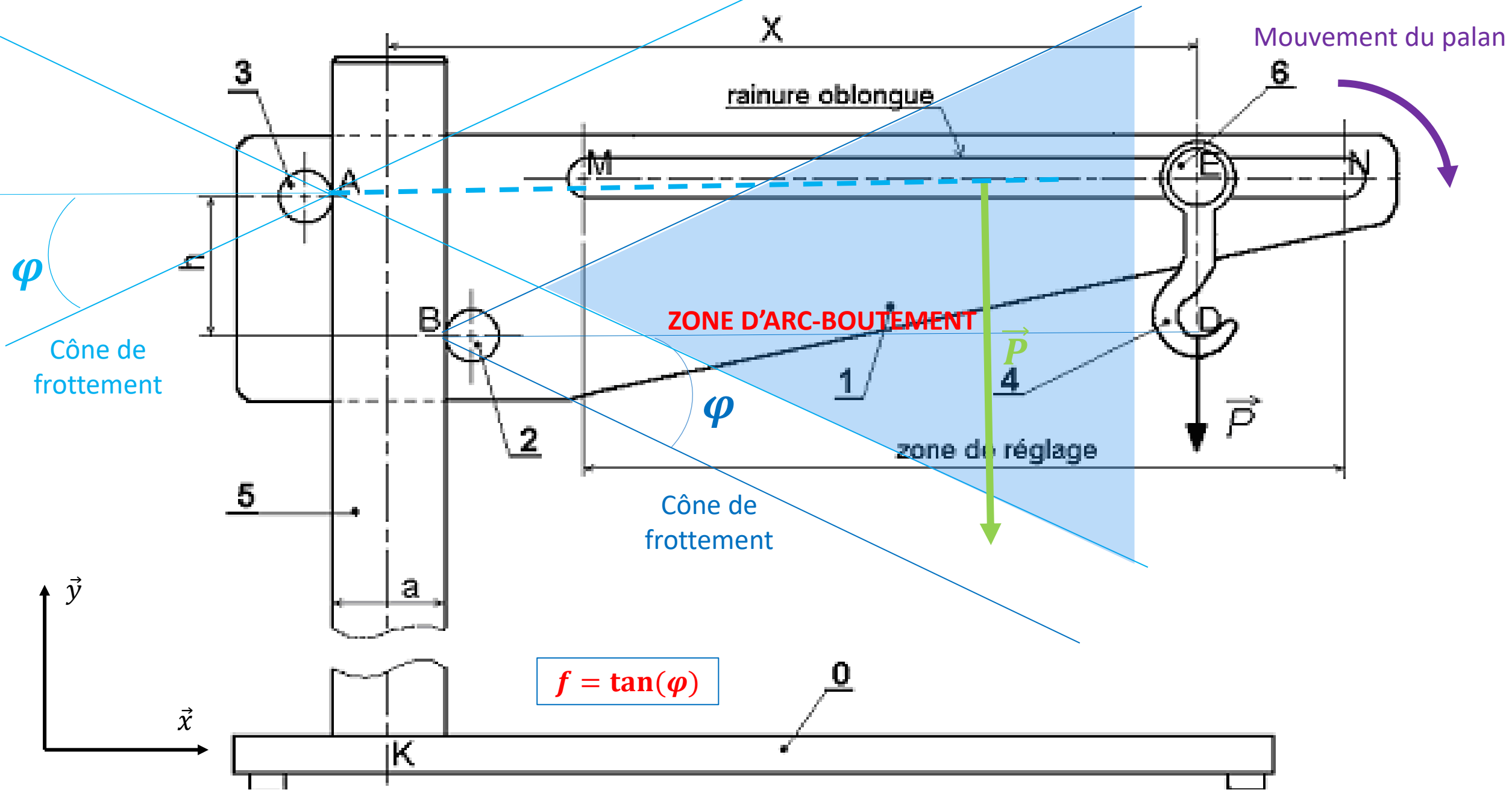


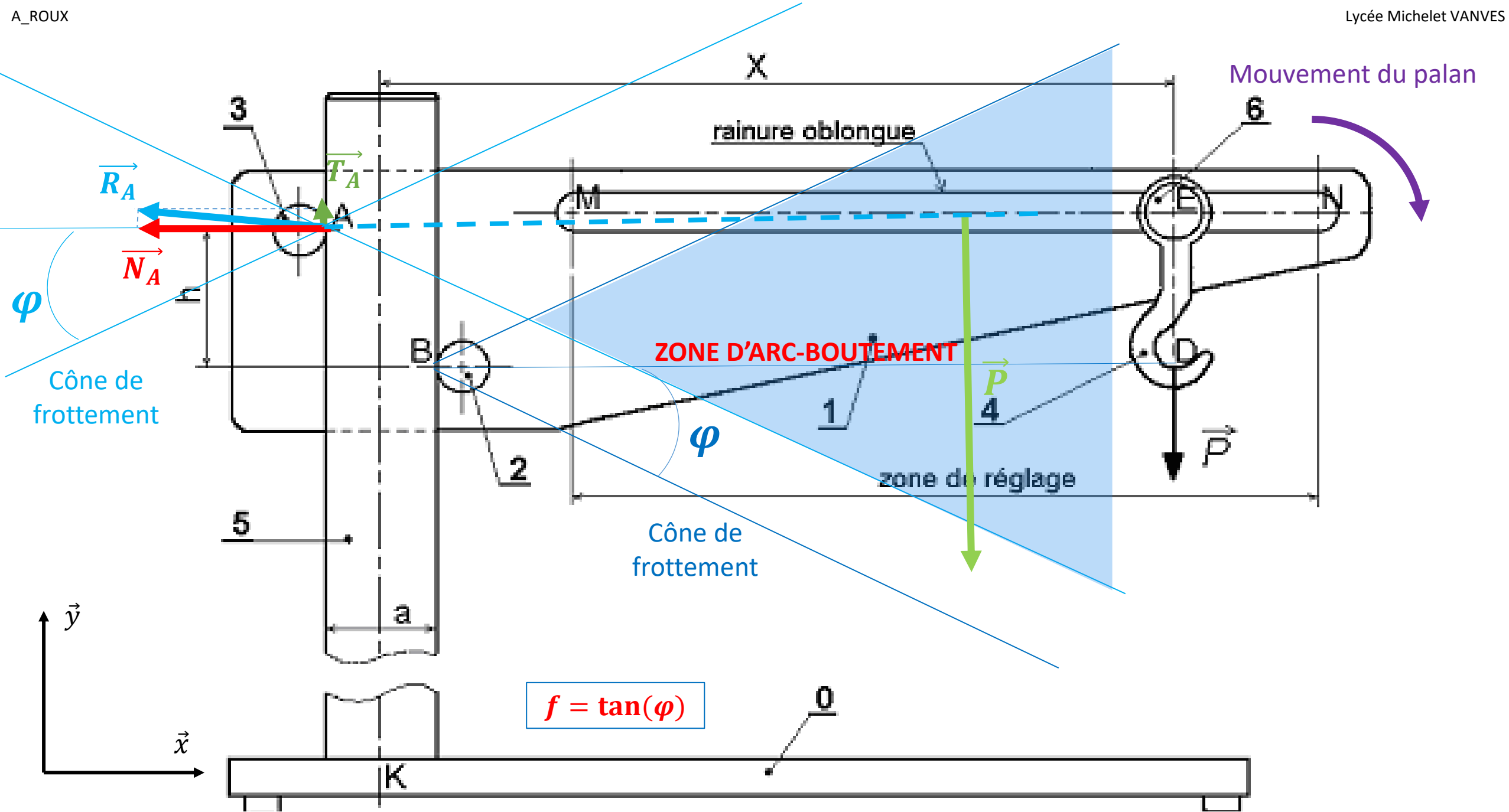


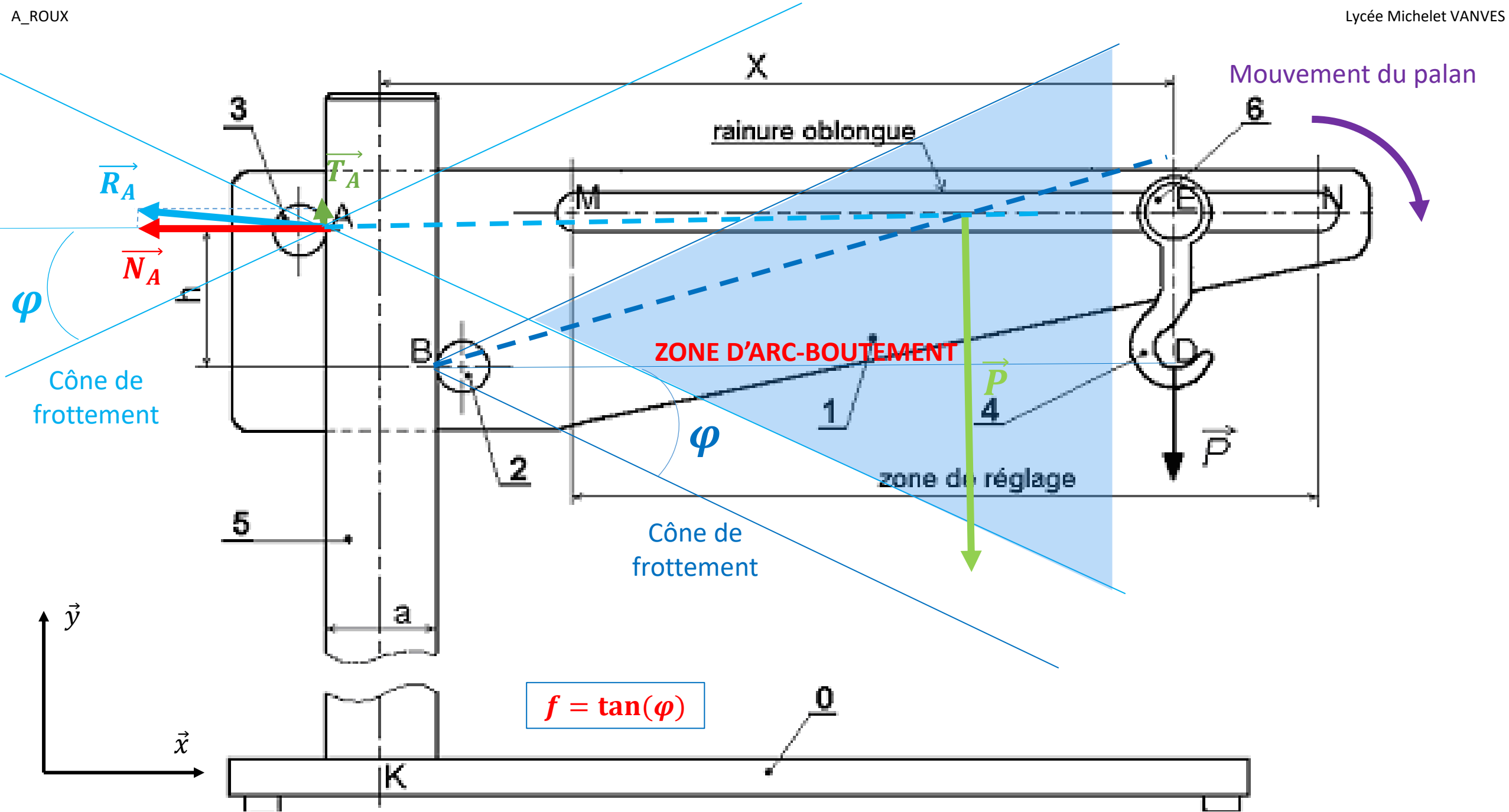


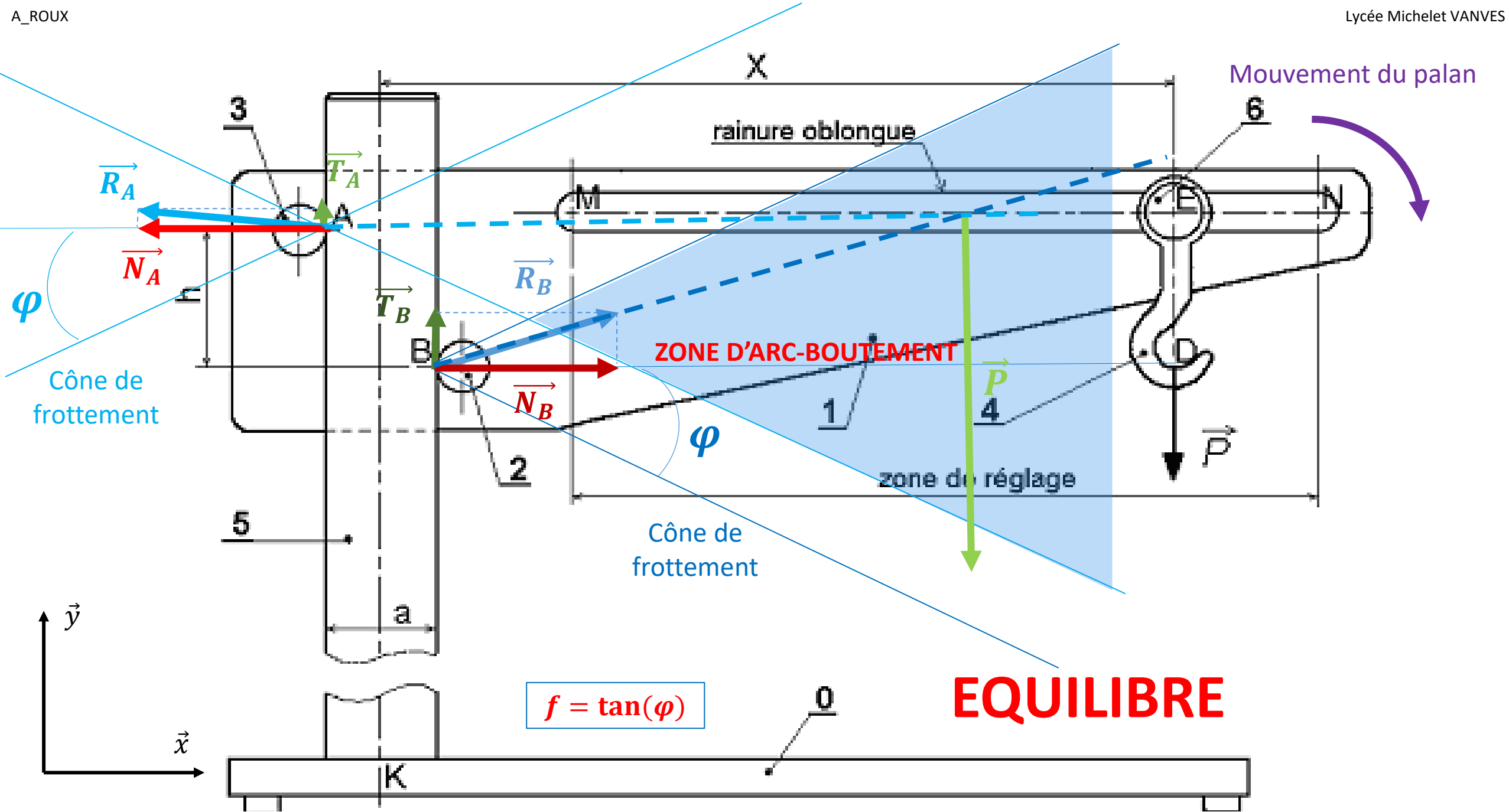


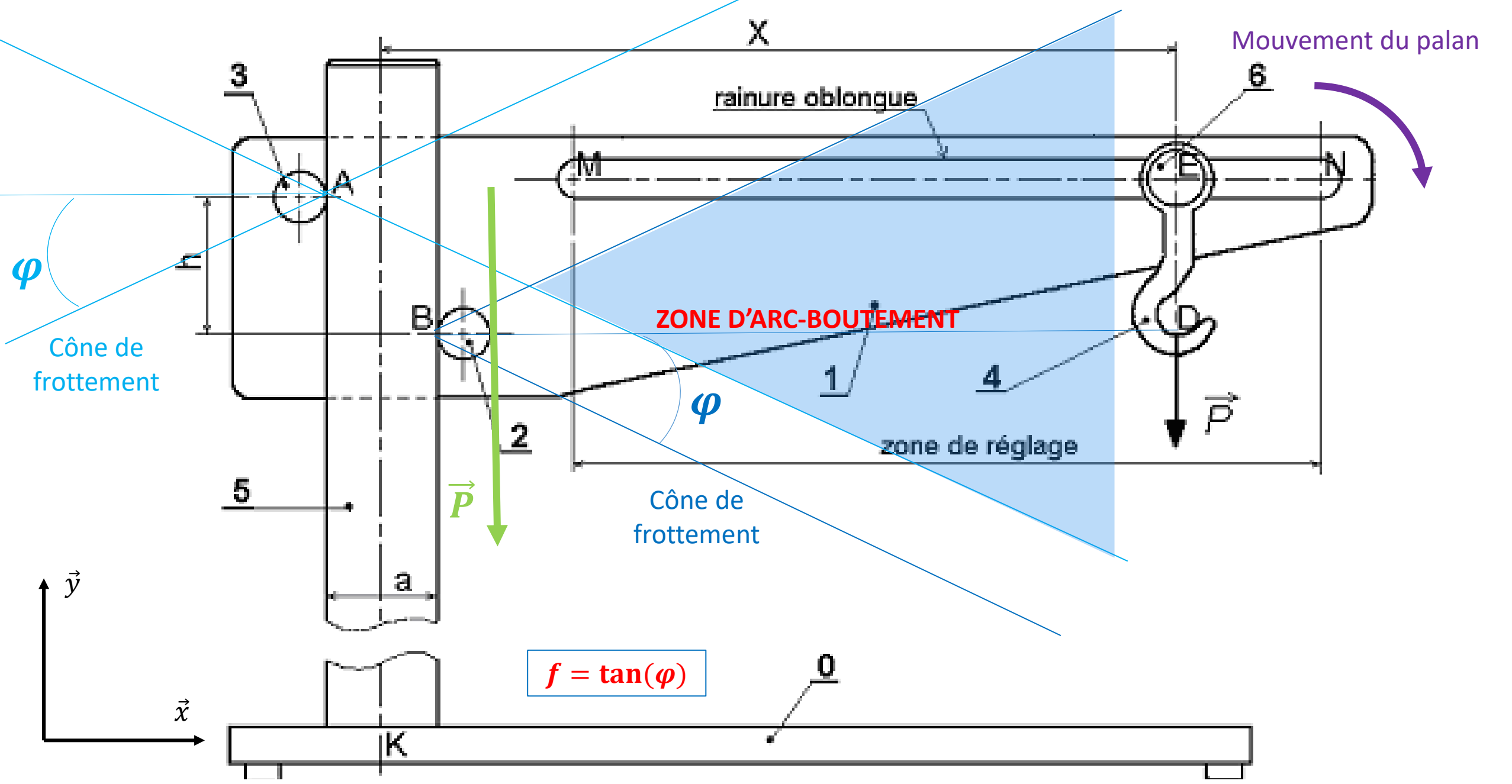


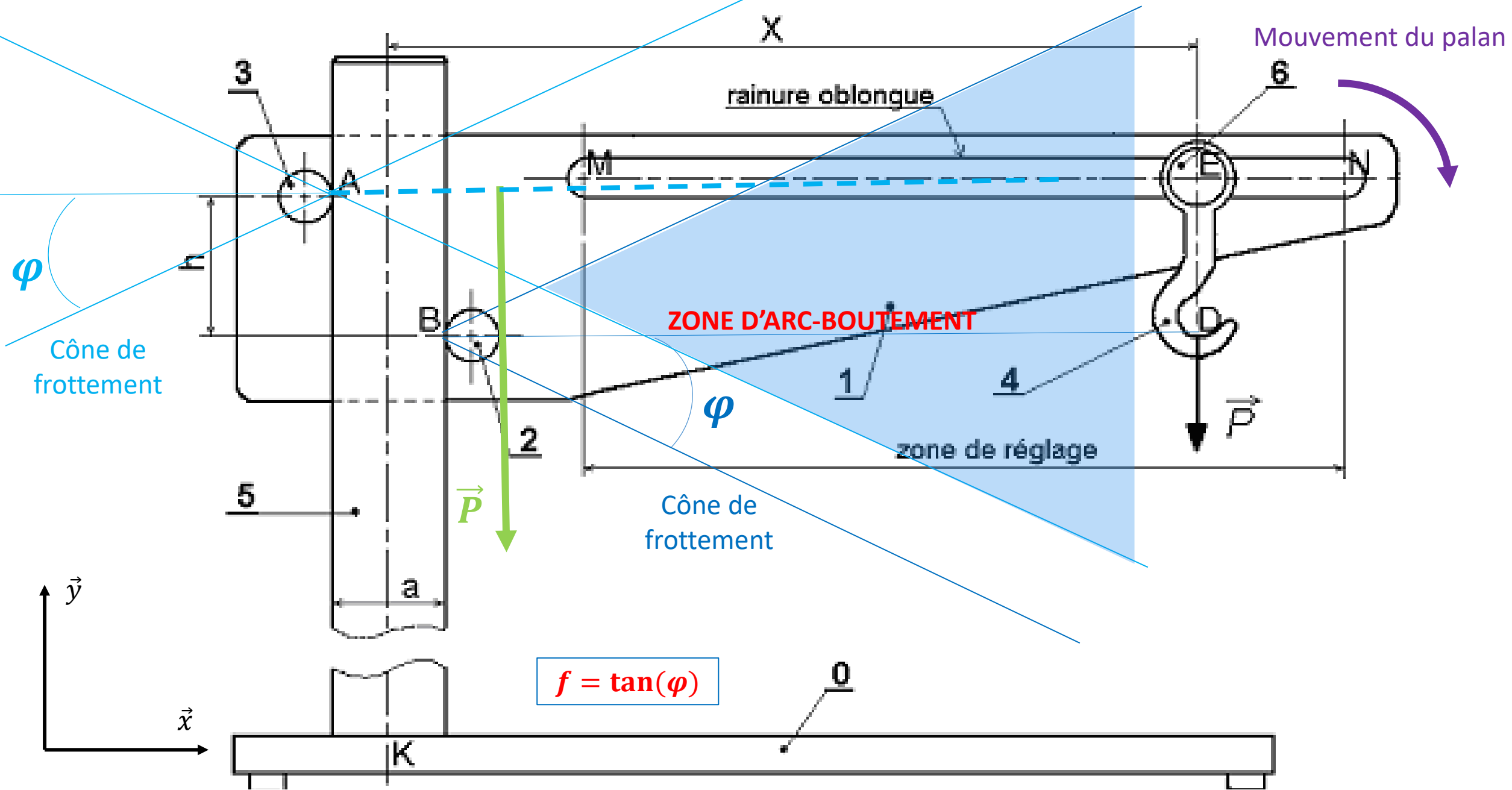


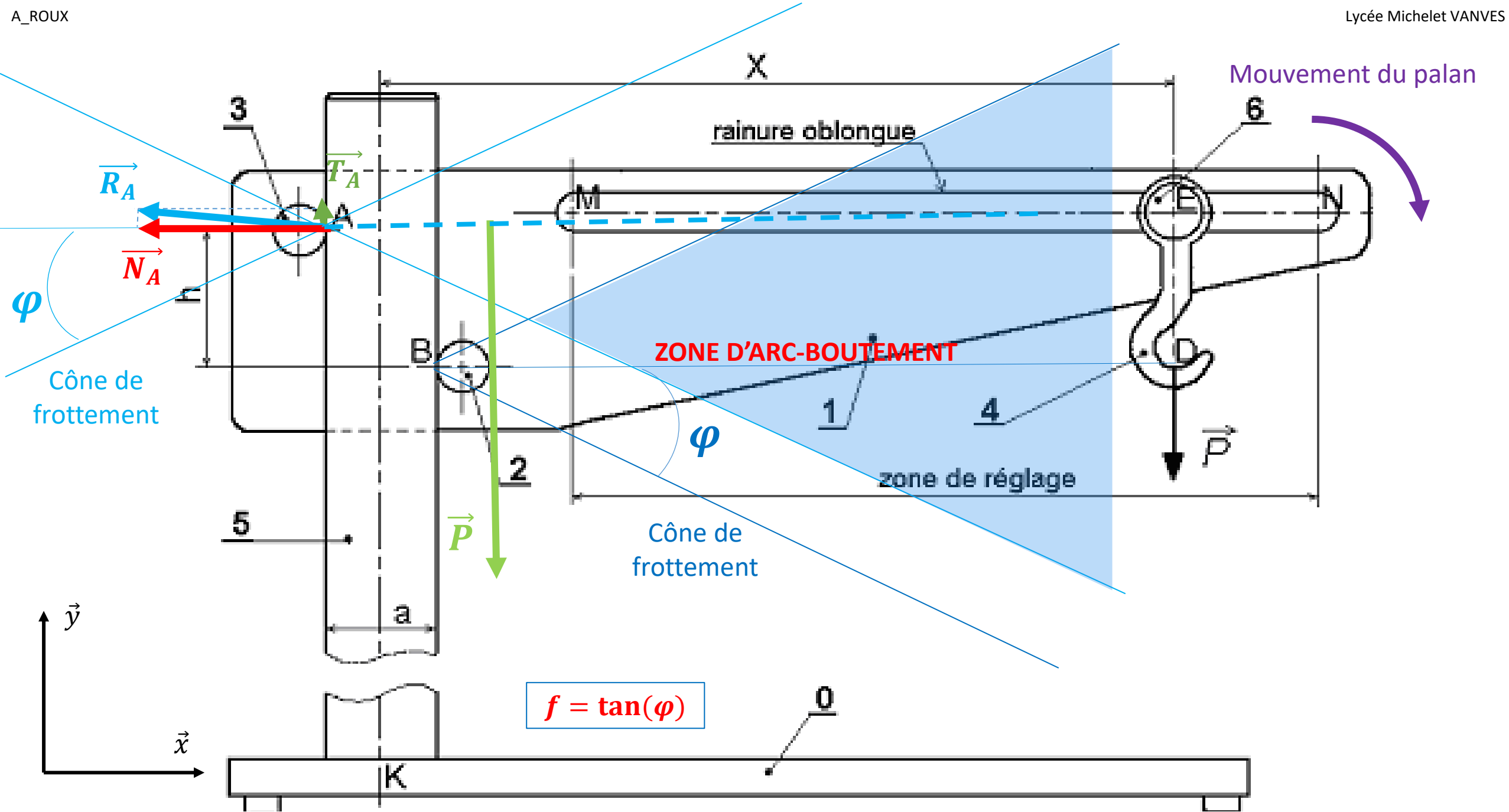


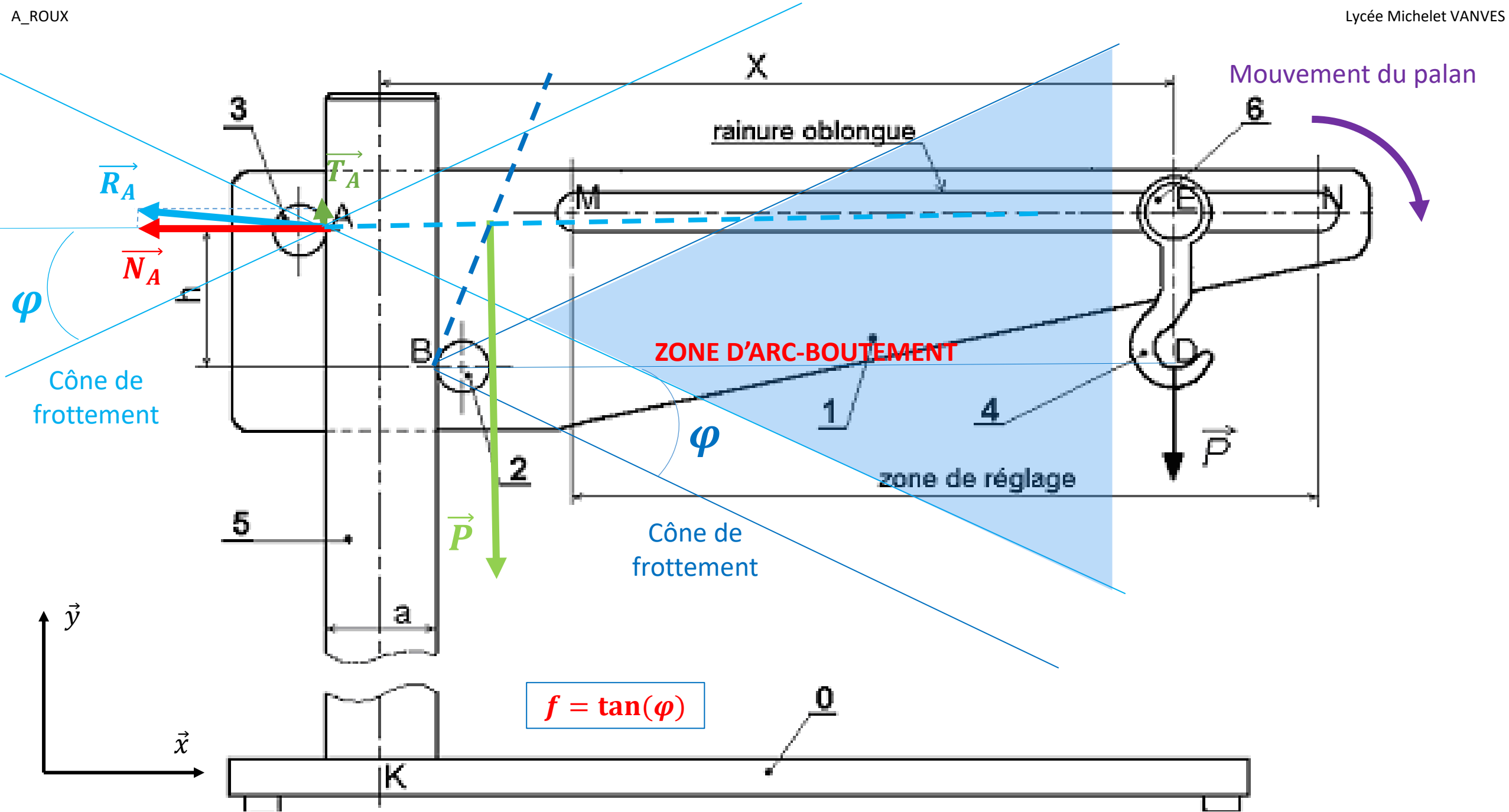


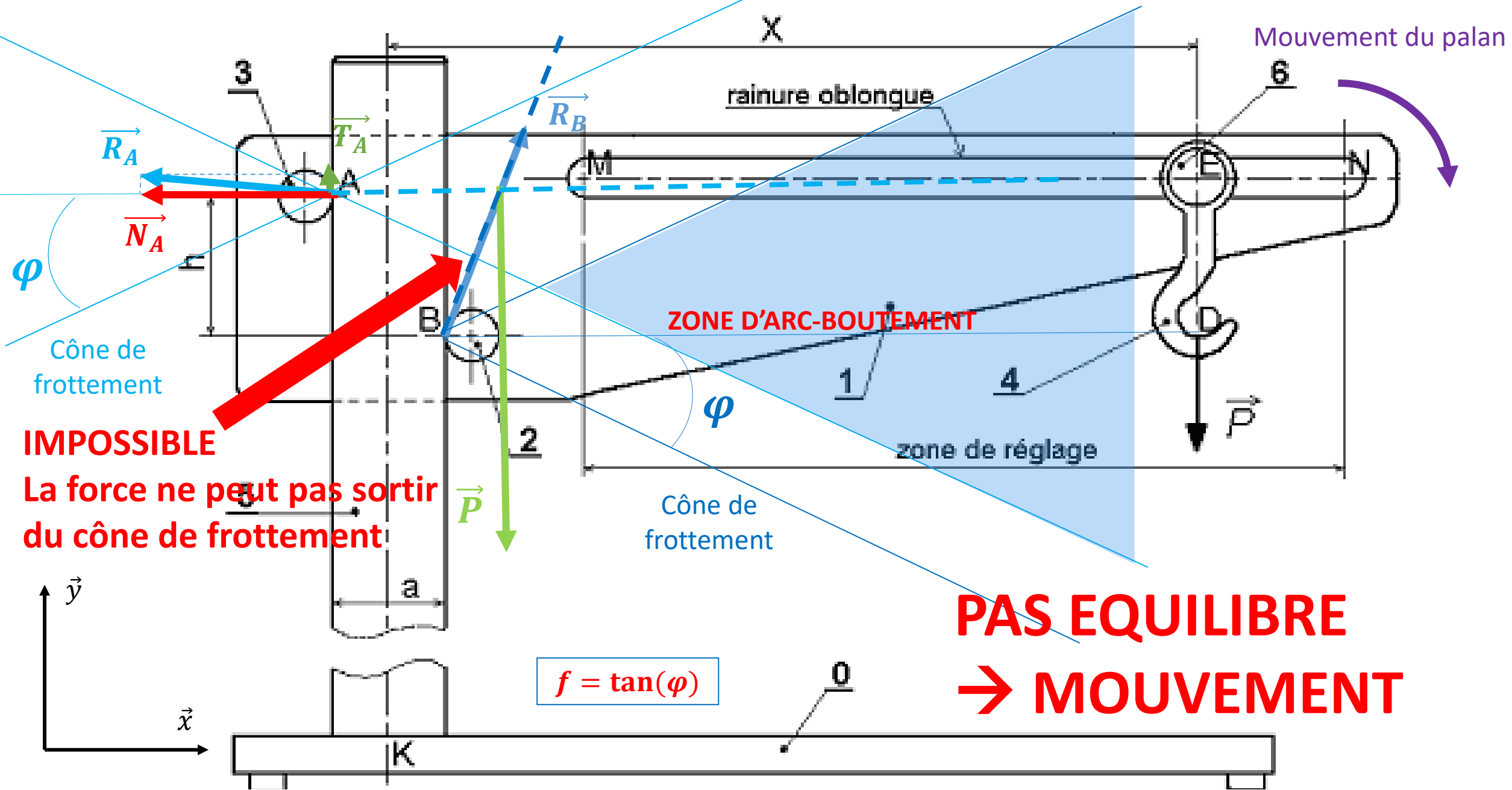






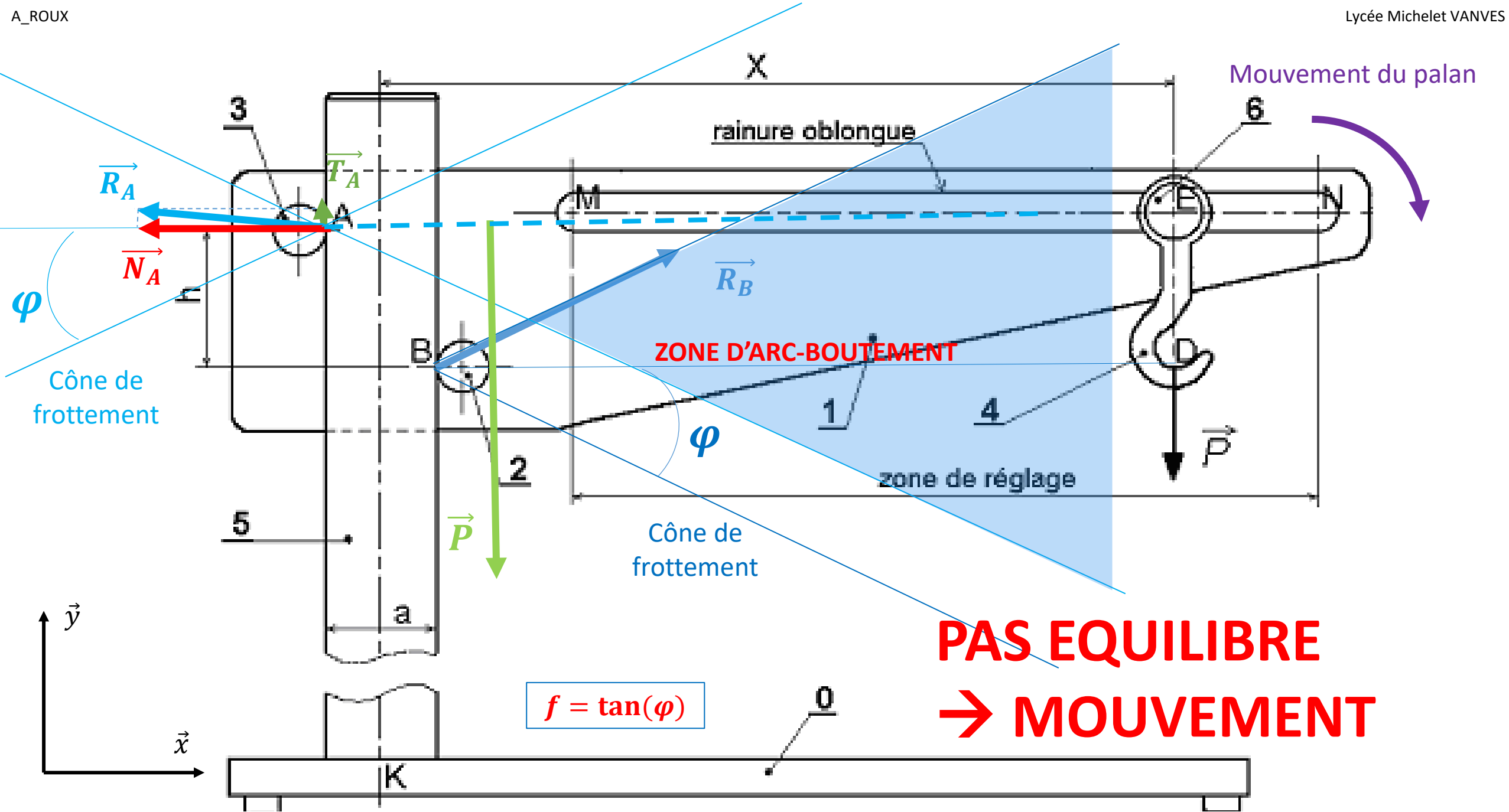




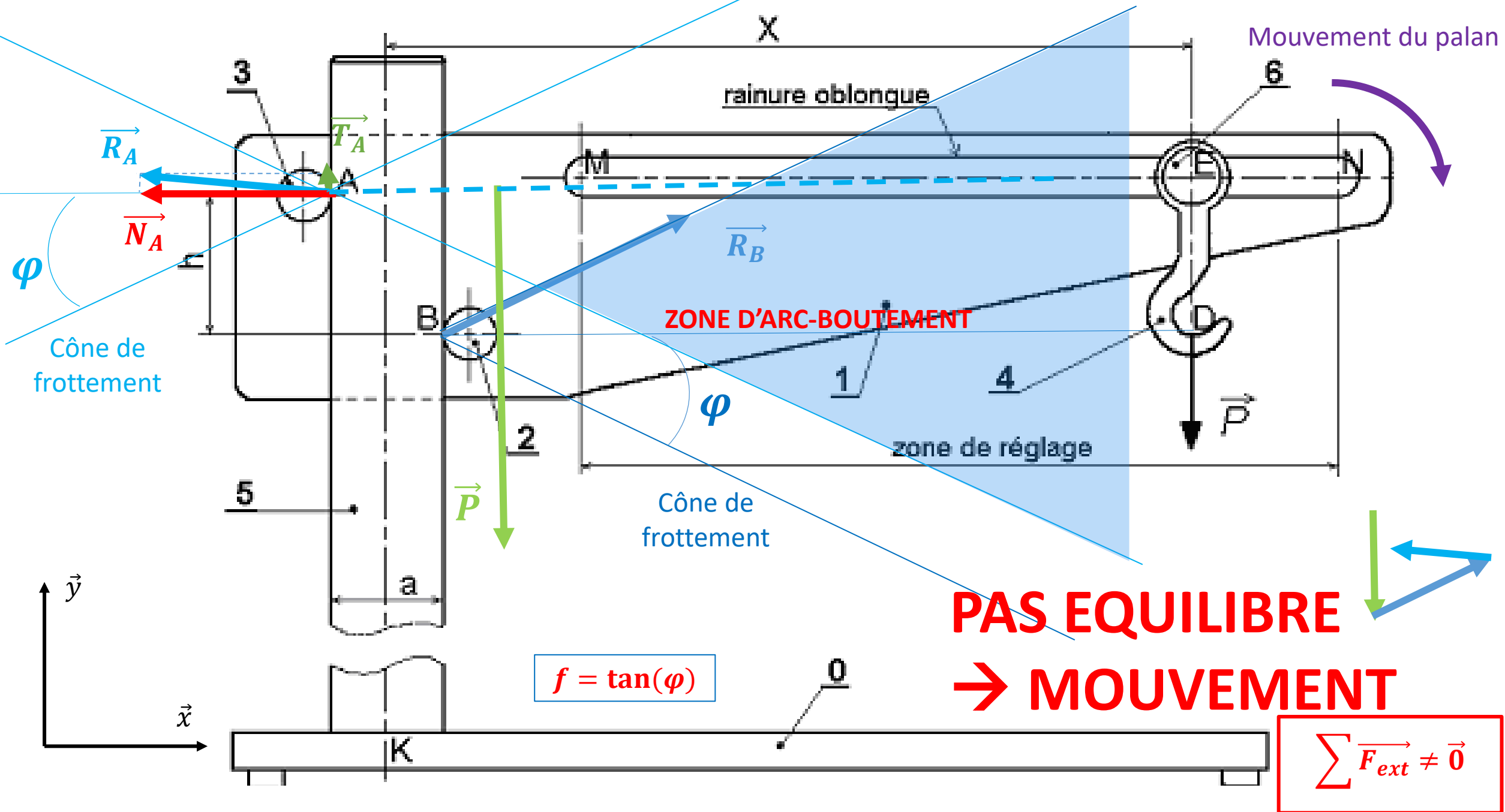


IMPOSSIBLE
 La force ne peut pas sortir
 du cône de frottement

PAS EQUILIBRE
→ MOUVEMENT



**PAS EQUILIBRE
→ MOUVEMENT**

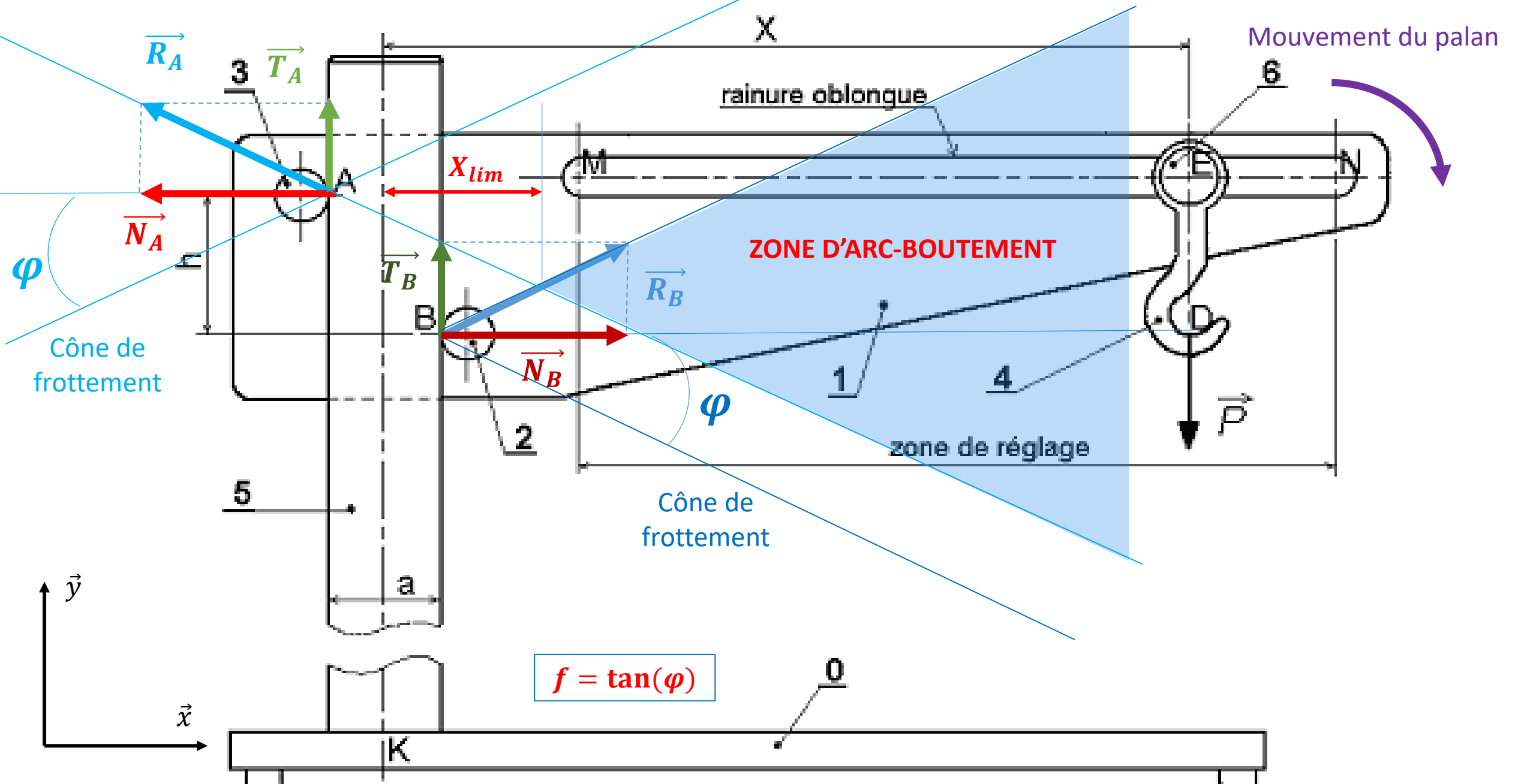


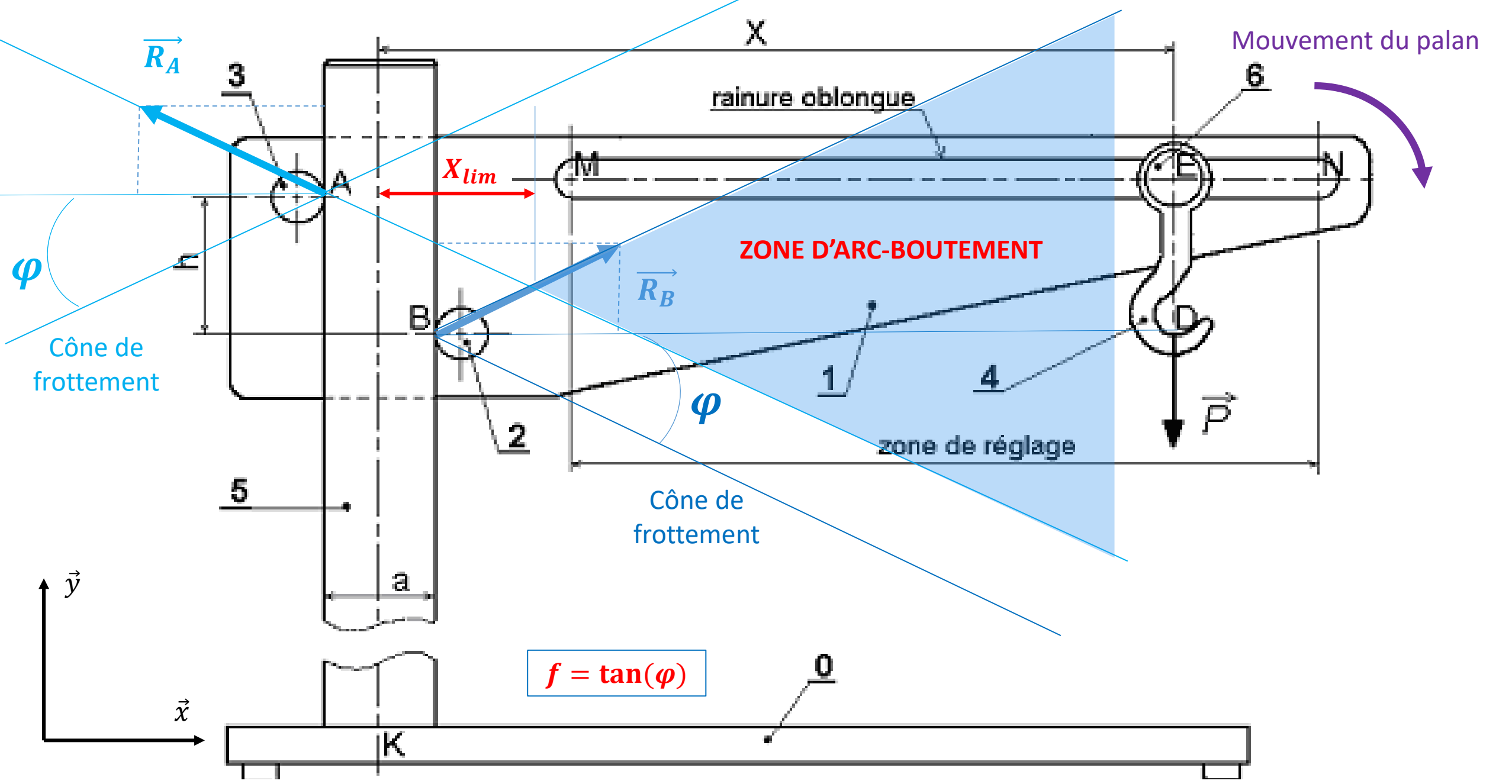
ZONE D'ARC-BOUTEMENT

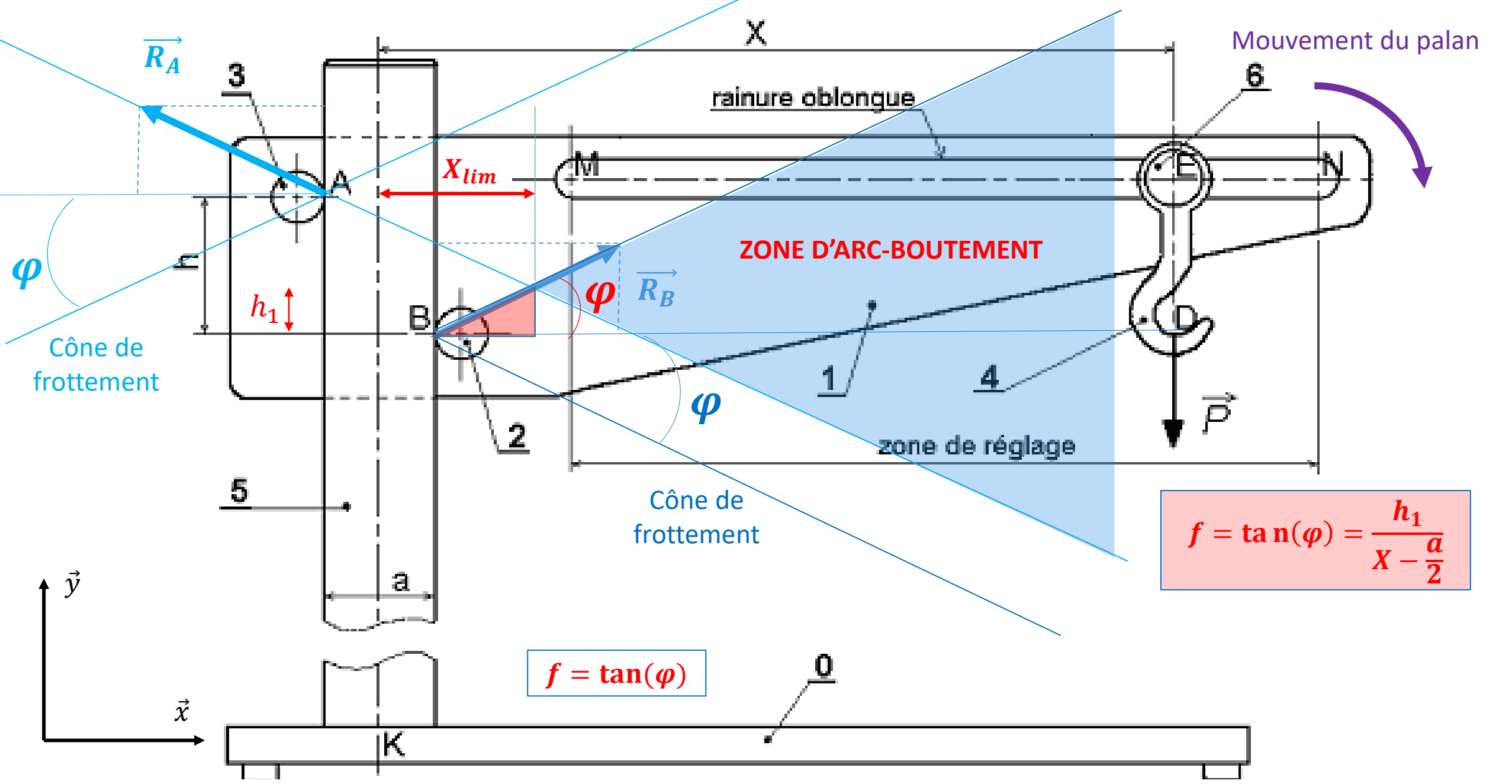
**PAS EQUILIBRE
-> MOUVEMENT**

$\sum \vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$

$f = \tan(\varphi)$

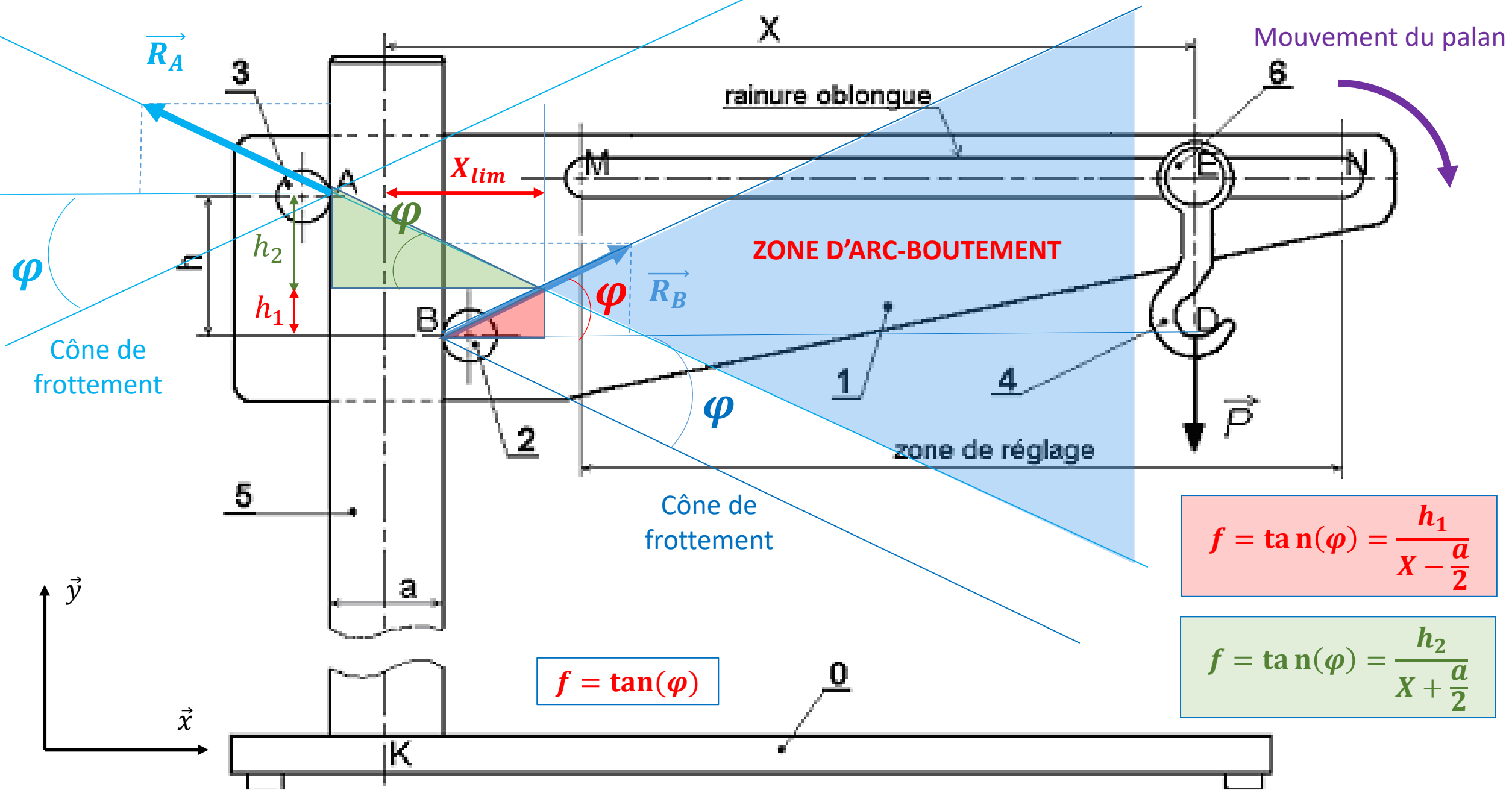






$$f = \tan(\varphi) = \frac{h_1}{X - \frac{a}{2}}$$

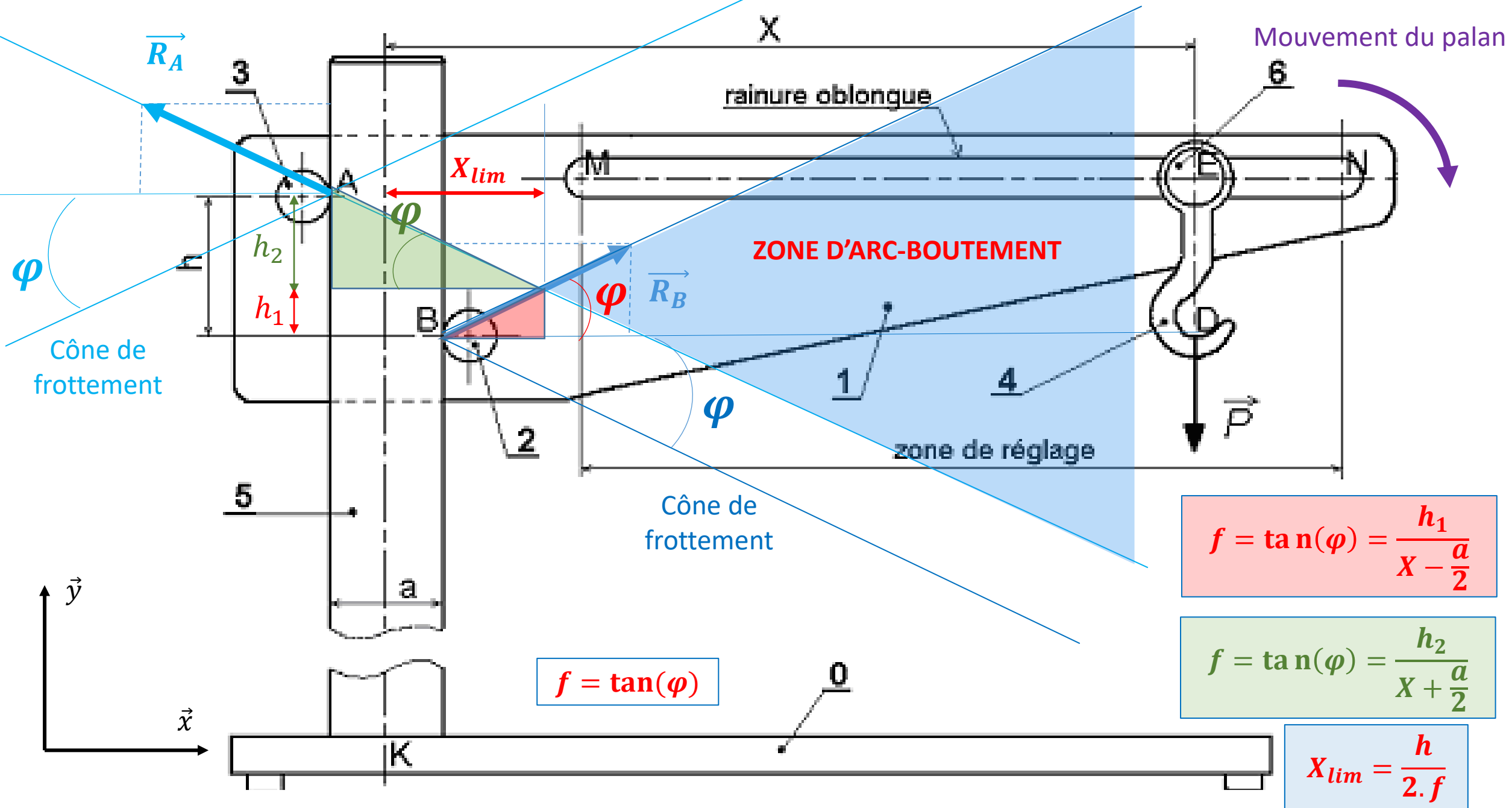
$$f = \tan(\varphi)$$



$$f = \tan(\varphi) = \frac{h_1}{X - \frac{a}{2}}$$

$$f = \tan(\varphi) = \frac{h_2}{X + \frac{a}{2}}$$

$$f = \tan(\varphi)$$



$$f = \tan(\varphi) = \frac{h_1}{X - \frac{a}{2}}$$

$$f = \tan(\varphi) = \frac{h_2}{X + \frac{a}{2}}$$

$$f = \tan(\varphi)$$

$$X_{lim} = \frac{h}{2 \cdot f}$$

Frottement visqueux

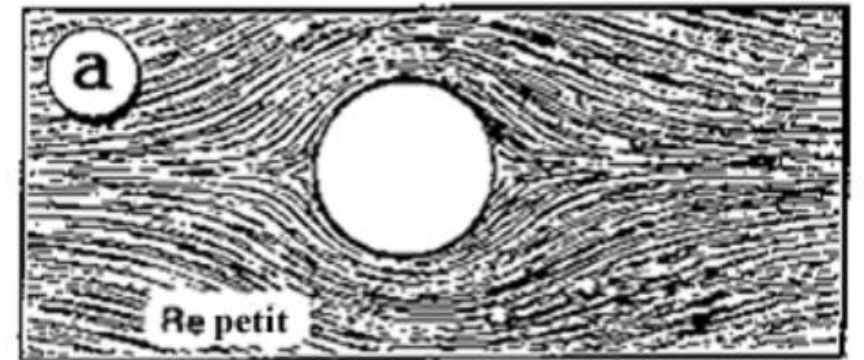
A très basse vitesse (< 5 m/s dans l'air) en régime laminaire

$$\vec{F}_{frot} = -k \cdot \eta \cdot \vec{v} \text{ avec } k = 6 \cdot \pi \cdot R \text{ (pour une boule de rayon } R)$$

Loi de Stokes

Avec :

- k : coefficient caractéristique de la géométrie du solide
- η : coefficient de viscosité du fluide (dépend de la température)



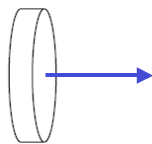
Frottement visqueux

A plus grande ($5 < v < 20$ m/s dans l'air) en régime turbulent

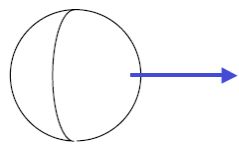
$$\vec{F}_{frot} = -C_x \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \vec{v}$$

Avec :

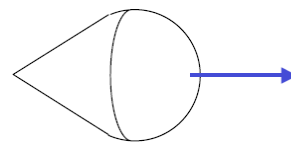
- ρ : masse volumique du fluide
- S : aire du solide selon la direction perpendiculaire à la vitesse
- C_x : coefficient de traînée caractérisant la géométrie du solide (sans unité)



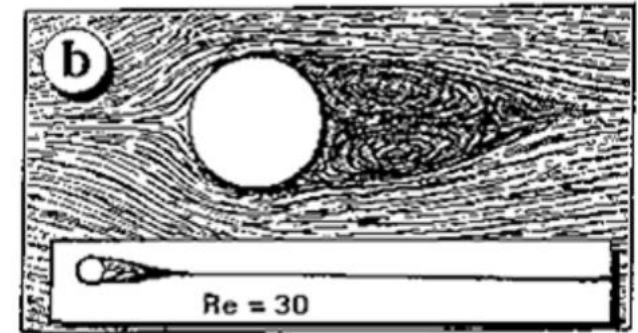
disque: $C_x \approx 1.32$



boule: $C_x \approx 0.45$



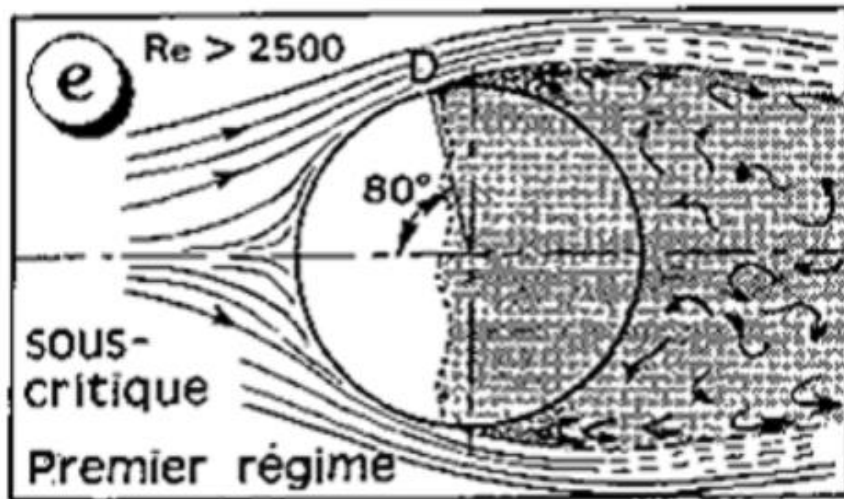
demi-boule+cône: $C_x \approx 0.04$



Frottement visqueux

A très grande vitesse (mais $<$ vitesse du son)

\vec{F}_{frot} proportionnel à $-v^n \cdot \vec{v}$ avec $n > 2$



Frottement visqueux

Action mécanique exercée par un amortisseur

$$\overrightarrow{V_{S/R}} = \dot{x} \cdot \vec{x}$$

$$\overrightarrow{F_a} = -b \cdot \dot{x} \cdot \vec{x}$$

b : coefficient de l'amortisseur (N.s/m)



Liaison équivalente

Liaison en série



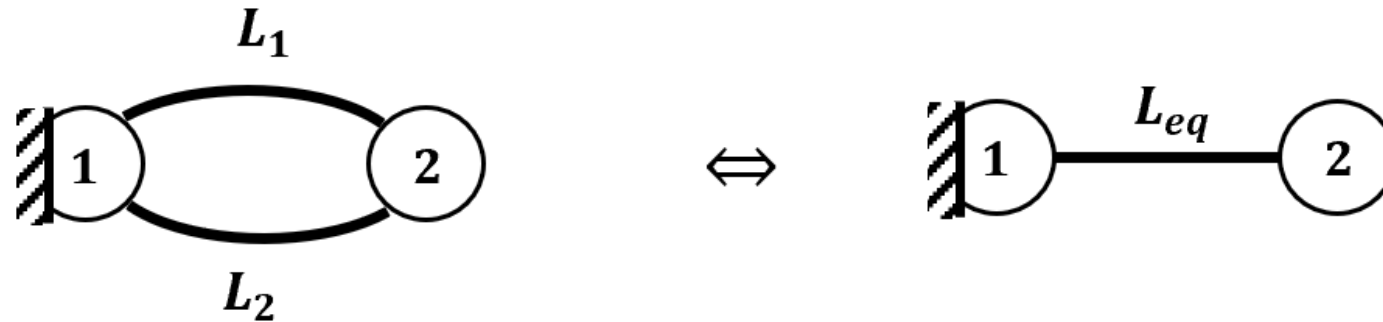
Par application du PFS à chaque solide, on obtient :

$$\{\mathcal{T}_{eq}\}_M = \{\mathcal{T}_{n \rightarrow n-1}\}_M = \{\mathcal{T}_{n-1 \rightarrow n-2}\}_M = \cdots = \{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}_M$$

Attention au choix du point M et de la base \mathfrak{B} – Attention à l'ordre des indices

Liaison équivalente

Liaison en parallèle



Par application du PFS au solide 2, on obtient :

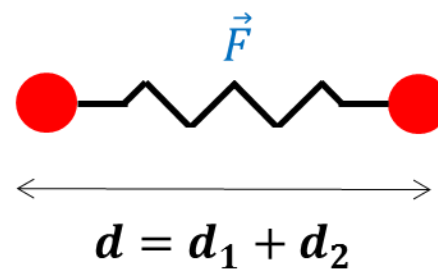
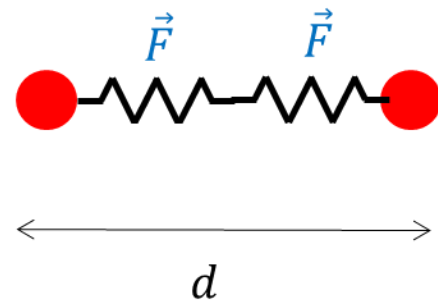
$$\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}_M = \sum_{i=1}^n \{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^i\}_M = \{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^1\}_M + \{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^2\}_M + \cdots + \{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}^n\}_M$$

Attention au choix du point M et de la base \mathcal{B} – Attention à l'ordre des indices

Liaison équivalente

Remarque importante : Une analogie peut être faite avec les combinaisons de ressorts :

Liaison série



Liaison parallèle

